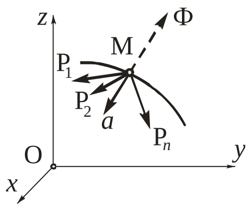
ЛЕКЦИЯ22

Принцип Германа-Эйлера-Даламбера для материальной точки. Определение главного вектора и главного момента сил инерции точек твердого тела. Определение динамических реакций опор твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

Принцип Германа-Эйлера-Даламбера для материальной точки

При решении задач динамики несвободной материальной точки часто бывает удобно применять так называемый *метод кинетостатики* (*принцип Германа-Эйлера-Даламбера*). Суть этого метода состоит в следующем.

Рассмотрим материальную точку М массы *m*, движущуюся под действием некоторой системы сил $\vec{P}_1,\ \vec{P}_2,\ldots,\ \vec{P}_n$ (среди этих сил могут быть как задаваемые силы, так и реакции связей) с ускорением .



Для этой точки запишем основное уравнение динамики:

$$m\vec{a} = \sum \vec{P}_i\,.$$

Перепишемэто уравнение в виде $\sum \vec{P}_i - m\vec{a} = 0$и введем обозначение $-m\vec{a} = \vec{\Phi}$

В результате получим: $\sum \vec{P}_i + \vec{\Phi} = 0$.Вектор $\vec{\Phi}$, равный по модулю произведению массы точки на модуль ее ускорения и направленный противоположно ускорению точки, называется *силой инерции*.

На основании уравнения можно утверждать, что *при движении материальной точки в любой момент времени геометрическая сумма сил, действующих на нее, и силы инерции равна нулю*.

Метод кинетостатики является формальным приемом, позволяющим записать уравнения динамики в виде уравнений равновесия, применяемых в статике.

При решении практических задач следует помимо действующих на материальную точку заданных сил и реакций связей условно приложить к ней силу инерции. Тогда суммы проекций сил $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2,\ldots,$ $\vec{P}_n$, $\vec{\Phi}$ на оси координат будут равны нулю.

Следует иметь в виду, что к материальной точке приложены только силы $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2,\ldots,$ $\vec{P}_n$, то есть задаваемые силы и реакции связи. Сила же инерции $\vec{\Phi}$ к точке не приложена. Она приложена к телу, сообщающему материальной точке ускорение. Метод кинетостатики в ряде случаев позволяет упростить составление уравнений движения в динамике и получить удобное решение задач динамики точки.

Принцип Германа-Эйлера-Даламбера для механической системы

Рассмотрим несвободную механическую систему, состоящую из n материальных точек M_1, M_2,…, M_n. Пусть к i–той точке M_i этой системы приложены $\vec{P}_i$ – равнодействующая задаваемых сил и $\vec{R}_i$ – равнодействующая реакций связей. Согласно принципу Германа-Эйлера-Даламбера для материальной точки: $\vec{P}_i + \vec{R}_i + \vec{\Phi}_i = 0$ (i=1, 2,…, n), где $\vec{\Phi}_i = -m_i\vec{a}_i$, m_i, $\vec{a}_i$ – сила инерции, масса и ускорение материальной точки M_i.

Уравнение выражает смысл принципа Германа-Эйлера-Даламбера для несвободной механической системы: *при движении механической системы в любой момент времени геометрическая сумма равнодействующих задаваемых сил, реакций связей и силы инерции для каждой материальной точки несвободной механической системы равна нулю*.

Складывая почленно все уравнения, получаем: $\sum\vec{P}_i + \sum\vec{R}_i + \sum\vec{\Phi}_i = 0$.

Первая сумма $\sum \vec{P}_i$ равна главному вектору $\vec{P}^*$ всех задаваемых сил, действующих на систему. Вторая сумма $\sum \vec{R}_i$ равна главному вектору $\vec{R}^*$ всех реакций связей, а третья − главному вектору $\vec{\Phi}^*$ сил инерции всех материальных точек системы.

С учетом этого можно записать $\vec{P}^* + \vec{R}^* + \vec{\Phi}^* = 0/$ Это уравнение свидетельствует о том, что *в каждый момент времени геометрическая сумма главных векторов задаваемых сил, реакций связей и сил инерции материальных точек несвободной механической системы равна нулю*.

Выберем произвольный полюс *O*, проведем из него в каждую точку M_i системы радиус-вектор $\vec{r}_i$ и умножим слева каждое из уравнений векторно на этот радиус-вектор: $\vec{r}_i \times \vec{P}_i + \vec{r}_i \times \vec{R}_i + \vec{r}_i \times \vec{\Phi}_i = 0$ (i=1, 2,…, n). Суммируя почленно эти уравнения, получаем: $\sum \vec{r}_i \times \vec{P}_i + \sum \vec{r}_i \times \vec{R}_i + \sum \vec{r}_i \times \vec{\Phi}_i = 0$.

В этом выражении первая сумма $\sum \vec{r}_i \times \vec{P}_i$ представляет собой главный момент $\vec{M}_O^P$ задаваемых сил относительно центра *O*, вторая сумма $\sum \vec{r}_i \times \vec{R}_i$ − главный момент $\vec{M}_O^R$ реакций связей относительно центра *O*, а третья − главный момент $\vec{M}_O^\Phi$ сил инерции относительно центра *O*. Таким образом: $\vec{M}_O^P + \vec{M}_O^R + \vec{M}_O^\Phi$=0.4)

Выражение показывает, что *в каждый момент времени геометрическая сумма главных моментов задаваемых сил, реакций связей и сил инерции точек несвободной механической системы относительно произвольного неподвижного центра равна нулю*.

Двум векторным уравнениям соответствуют шесть уравнений в проекциях на оси координат: $\begin{cases} P_x^* + R_x^* + \Phi_x^* = 0, \\ P_y^* + R_y^* + \Phi_y^* = 0, \\ P_z^* + R_z^* + \Phi_x^* = 0, \\ M_{Ox}^P + M_{Ox}^R + M_{Ox}^\Phi = 0, \\ M_{Oy}^P + M_{Oy}^R + M_{Oy}^\Phi = 0, \\ M_{Oz}^P + M_{Oz}^R + M_{Oz}^\Phi = 0, \end{cases}$.Движение одного твердого тела полностью определяется этими уравнениями. Если же рассматривается движение системы твердых тел, то следует составить подобные уравнения для каждого из тел в отдельности.

Применение принципа Германа-Эйлера-Даламбера при решении задач о движении твердого тела во многом связано с необходимостью определять главный вектор и главный момент его сил инерции.