

Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Уральский государственный университет путей сообщения
Кафедра «Физика и химия»

Л. А. Фишбейн

**ПОДГОТОВКА К ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНУ
ПО ФИЗИКЕ В СФЕРЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
Молекулярная (статистическая) физика и
термодинамика**

Екатеринбург
Издательство УрГУПС
2012

Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Уральский государственный университет путей сообщения
Кафедра «Физика и химия»

Л. А. Фишбейн

**ПОДГОТОВКА К ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНУ
ПО ФИЗИКЕ В СФЕРЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
Молекулярная (статистическая) физика и
термодинамика**

Сборник задач
для студентов очной, заочной форм обучения
и дистанционного образования

Екатеринбург
Издательство УрГУПС
2012

УДК 531
Ф 68

Фишбейн, Л. А.

Ф 68 Подготовка к Интернет-экзамену по физике в сфере профессионального образования. Молекулярная (статистическая) физика и термодинамика : сб. задач / Л. А. Фишбейн. – Екатеринбург : Изд-во УрГУПС, 2012. – 53, [3] с.

Пособие предназначено для самостоятельной подготовки студентов очной, заочной форм обучения и дистанционного образования к Интернет-экзамену по молекулярной (статистической) физике и термодинамике в сфере профессионального образования.

Содержится теоретический материал и тестовые задания с решениями. Все тесты взяты с сайта www.i-exam.ru. Материал разбит на отдельные темы в соответствии с тематической структурой АПИМ (аттестационно-педагогические и измерительные материалы).

УДК 531

Печатается по решению редакционно-издательского совета университета.

Автор: Л. А. Фишбейн, доцент кафедры «Физика и химия»,
канд. физ.-мат. наук, УрГУПС

Рецензент: В. К. Першин, зав. кафедрой «Физика и химия»,
д-р физ.-мат. наук, УрГУПС

Оглавление

Требования ГОС к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы	4
Тематическая структура АПИМ.....	4
Кодификатор	4
Распределения Максвелла и Больцмана	6
I начало термодинамики.....	7
Средняя энергия молекул.....	8
II начало термодинамики. Энтропия.....	11
Работа при изопроцессах. Циклы.....	12
Тесты с решениями.....	16

**Требования ГОС к обязательному минимуму
содержания основной образовательной программы**

Индекс	Дисциплина и ее основные разделы	Всего часов
ЕН.Ф	Федеральный компонент	
ЕН.Ф.03	Физика: статистическая физика и термодинамика: молекулярно-кинетическая теория, свойства статистических ансамблей, функции распределения частиц по скоростям и координатам, законы термодинамики, элементы термодинамики открытых систем, свойства газов, жидкостей и кристаллов;	400

Тематическая структура АПИМ

№ ДЕ	Наименование дидактической единицы ГОС	№ задания	Тема задания
2	Молекулярная (статистическая) физика и термодинамика	7	Распределения Максвелла и Больцмана
		8	Средняя энергия молекул
		9	Второе начало термодинамики. Энтропия. Циклы
		10	I начало термодинамики. Работа при изо-процессах

КОДИФИКАТОР

Кодификатор элементов содержания дисциплины «Физика» цикла общих математических и естественнонаучных дисциплин высшего профессионального образования

В кодификаторе зафиксирована преемственность между содержанием дисциплины «Физика» в государственных образовательных стандартах (ГОС) высшего профессионального образования (ВПО) и аттестационных педагогических измерительных материалах (АПИМ), используемых в рамках Интернет-экзамена в сфере профессионального образования. Кодификатор отражает содержание дисциплины в ГОС и содержит контролируемое содержание дисциплины, перечень контролируемых учебных элементов. Преемственность дидактических единиц, зафиксированных в кодификаторе, положена в основу содержания АПИМ единого Федерального банка заданий, используемого для проведения Интернет-экзамена в сфере профессионального образования.

Контролируемое содержание дисциплины включает код элемента содержания и наименование элемента содержания (темы задания). *Первый разряд в записи кода элемента содержания* указывает на номер группы заданий, связанный с объемом часов в ГОС, выделяемых на изучение дисциплины. В дисциплине «Физика» предложено выделить три группы (1 группа – от 100 до 279 часов, 2 группа – от 280 до 699 часов, 3 группа – от 700 до 1000 часов). *Второй разряд в записи кода элемента содержания* указывает на номер дидактической

единицы (раздела) дисциплины, а *третий разряд в записи кода элемента содержания* идентифицирует номер темы задания. Все коды элементов содержания и их наименование распределяются в предложенном порядке для каждой дидактической единицы.

Перечень контролируемых учебных элементов отражает требования к знаниям, которые студент должен приобрести в результате освоения дисциплины или отдельных ее разделов. При этом уровень сложности заданий должен быть **БАЗОВЫМ**, то есть, все предлагаемые задания должны контролировать обязательную подготовку студентов на уровне требований, задаваемом государственными образовательными стандартами.

Ниже приведен кодификатор для 2 группы заданий (от 280 до 699 часов).

Контролируемое содержание дисциплины		Перечень контролируемых учебных элементов Студент должен...
Код элемента содержания	Элементы содержания дисциплины (тема)	
2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ (СТАТИСТИЧЕСКАЯ) ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА		
2.1.1	Распределения Максвелла и Больцмана	знать: распределение молекул идеального газа по скоростям и компонентам скорости (распределения Максвелла); характеристические скорости; зависимость распределения Максвелла от температуры. уметь: анализировать представленную информацию, делать выводы на основе данных, представленных графиком, диаграммой, рисунком, схемой
2.1.2	Средняя энергия молекул	знать: степени свободы молекул (поступательные, вращательные, колебательные); число степеней свободы одно-, двух-, и многоатомных молекул; закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы; теплоемкость газов; уметь: вычислять среднюю кинетическую энергию молекул, теплоемкости C_v и C_p и их отношения.
2.1.3.	Второе начало термодинамики. Энтропия. Циклы	знать: энтропия; характер изменения энтропии в различных процессах; цикл Карно в координатах (T,S). уметь: анализировать информацию, представленную в виде графика
2.1.4.	I начало термодинамики. Работа при изопроцессах	знать: I начало термодинамики . Изопроцессы (изотермический, изобарный, изохорный, адиабатный). Работа при изопроцессах; уметь: анализировать информацию, представленную в виде графика, диаграммы; вычислять работу в изопроцессах.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА И БОЛЬЦМАНА

Распределение Больцмана (распределение частиц в силовом поле, в однородном поле силы тяжести)

$$n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right).$$

n – концентрация частиц, W – их потенциальная энергия ($W = m_0 gh$), n_0 – концентрация частиц в точках поля, где $W = 0$ ($h = 0$), m_0 – масса частицы, k – постоянная Больцмана, $M = m_0 N_A$ – молярная масса, $R = k N_A$ – газовая постоянная.

Барометрическая формула (распределение давления в силовом поле, в однородном поле силы тяжести)

$$p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) = p_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right) = p_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right).$$

Распределение Максвелла (молекул по скоростям в газе, находящемся в равновесном состоянии)

Вероятность dW того, что скорость молекулы, заключена в интервале от v до $v + dv$ или **доля молекул $\frac{dN}{N}$** , скорость которых заключена в интервале от v до $v + dv$

$$dW(v) = \frac{dN}{N} = f(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_0}{2kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) v^2 dv, \quad f(v) = \frac{dW}{dv} = \frac{dN}{Ndv}$$

$$\int_0^\infty dW = \int_0^\infty f(v)dv = 1 - \text{площадь под кривой } f \text{ от } v.$$

Здесь N – полное число молекул, m_0 – масса молекулы, $f(v)$ – вероятность того, что скорость молекулы заключена в интервале от v до $v + dv$ в расчете на единицу интервала скорости (dW/dv), или доля молекул, скорости которых заключены в интервале от v до $v + dv$ в расчете на единицу интервала скорости (dN/Ndv), $f(v)$ – **функция распределения молекул по скоростям (плотность вероятности)**.

Число молекул dN , скорость которых заключена в интервале от v до $v + dv$

$$dN(v) = NdW(v) = Nf(v)dv = N \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_0}{2kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) v^2 dv = \varphi(v)dv,$$

$$\varphi(v) = \frac{dN}{dv} = Nf(v).$$

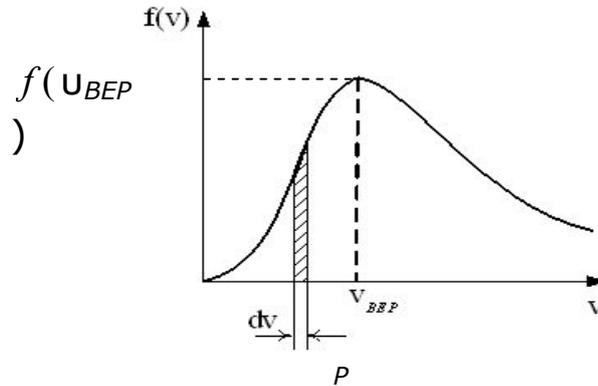
$$\int_0^\infty dN = \int_0^\infty \varphi(v)dv = N \int_0^\infty f(v)dv = N \cdot 1 = N - \text{площадь под кривой } \varphi \text{ от } v.$$

Здесь $\varphi(v)$ – число молекул, скорости которых заключены в интервале от v до $v + dv$ в расчете на единицу интервала скорости (dN/dv).

Свойства функции плотности вероятности $f(v)$

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_0}{2kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) v^2 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2RT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{M v^2}{2RT}\right) v^2,$$

$$v_{BEP} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad f(v_{BEP}) = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{M}{2RT}}.$$



При **росте T** – максимум сместится **вправо** (значение v_{BEP} увеличится), а его **высота** (значение $f(v_{BEP})$) **уменьшится** и наоборот.

При **росте M или m_0** – максимум сместится **влево** (значение v_{BEP} уменьшится), а его **высота** (значение $f(v_{BEP})$) **увеличится** и наоборот.

I НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

(закон сохранения энергии для тепловых явлений)

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad Q = \Delta U + A.$$

δQ и Q – бесконечно малое и конечное количество тепла, **подводимое** к системе.
 dU и ΔU – бесконечно малое и конечное приращение **внутренней** энергии системы.
 δA и A – бесконечно малая и конечная работа, совершаемая системой **против внешних сил**, т. е. над внешними телами. Все переменные могут быть как положительными, так отрицательными и нулевыми.

U – **внутренняя энергия** системы [Дж]: сумма кинетической энергии хаотического движения молекул, потенциальной энергии взаимодействия между молекулами и внутримолекулярной энергии. Система, находящаяся в **одном и том же состоянии** (набор p, T, V для идеального газа), имеет одну и ту же внутреннюю энергию U , т. е. U – функция состояния системы. Q – **тепло** [Дж], A – **работа** [Дж].

Моль – количество вещества, в котором содержится $6,022 \cdot 10^{23}$ частиц.

Идеальный газ – система не взаимодействующих друг с другом частиц.

Параметры состояния системы – давление p , температура T , объем V и т. д.

Равновесное состояние – все параметры системы имеют определенные значения, не меняющиеся при неизменных внешних условиях.

Равновесный (квазиравновесный) **процесс** – бесконечно медленный процесс, состоящий из последовательности равновесных состояний. Такой процесс – **обратимый**. **Неравновесный** процесс – **необратимый**.

$N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро, k – постоянная **Больцмана** [Дж/К], $R = kN_A$ – **газовая** постоянная [Дж/К·моль], m_0 – масса молекулы [кг], N – число частиц вещества, $m = m_0N$ – масса вещества [кг], $M = m_0N_A$ – **молярная масса** [кг·моль⁻¹], $\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$ – **число молей** вещества [моль].

Уравнение равновесного состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клайперона)

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT, \quad p = \frac{\rho}{M}RT, \quad p = nkT,$$

где $\rho = \frac{m}{V}$ – плотность, $n = \frac{N}{V}$ – концентрация частиц, $T = t^\circ + 273$ – температура в К, t° – температура в С.

СРЕДНЯЯ ЭНЕРГИЯ МОЛЕКУЛ

Статистическое определение температуры

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{пост}} = \frac{m_0}{2} \langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{2} \Rightarrow \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

$\langle \varepsilon \rangle_{\text{пост}}$, $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$, m_0 , M – средняя кинетическая энергия поступательного движения, среднеквадратичная скорость, масса и молярная молекулы.

Внутренняя энергия идеального газа U (только кинетическая энергия)

$$U = N \langle \varepsilon \rangle = N(\langle \varepsilon \rangle_{\text{пост}} + \langle \varepsilon \rangle_{\text{вращ}} + \langle \varepsilon \rangle_{\text{колеб}}).$$

Число степеней свободы i молекулы есть **количество независимых величин**, с помощью которых можно задать ее **положение** в пространстве.

$$i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} + 2n_{\text{колеб}}$$

Теорема о равномерном распределении энергии: каждой степени свободы молекулы соответствует один и тот же вклад в ее среднюю энергию, равный $\frac{kT}{2}$.

Тогда

$$\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon \rangle_{\text{пост}} + \langle \varepsilon \rangle_{\text{вращ}} + \langle \varepsilon \rangle_{\text{колеб}} = \frac{kT}{2} (n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} + 2n_{\text{колеб}}) = i \frac{kT}{2}$$

Таблица

Молекула	Связь	$n_{\text{пост}}$	$n_{\text{вращ}}$	$n_{\text{колеб}}$	i	C_V	C_P
Одноатомная		3	0	0	3	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$
Двухатомная	жесткая	3	2	0	5	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$
Трехатомная (линейная)	жесткая	3	2	0	5	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$
Двухатомная	упругая	3	2	1	7	$\frac{7}{2}R$	$\frac{9}{2}R$
Трехатомная (линейная)	упругая	3	2	1	7	$\frac{7}{2}R$	$\frac{9}{2}R$
Трехатомная (нелинейная)	жесткая	3	3	0	6	$\frac{6}{2}R$	$\frac{8}{2}R$
Трехатомная (нелинейная)	упругая	3	3	1	8	$\frac{8}{2}R$	$\frac{10}{2}R$

C_V – теплоемкость 1 моля вещества при **изохорическом** процессе, C_P – теплоемкость 1 моля вещества при **изобарическом** процессе.

Выводы из таблицы, примеры и дополнение

У всех молекул есть как минимум **три поступательные** степени свободы, т. е. $n_{\text{пост}} = 3, i \geq 3$.

У одноатомных – **только три поступательные**, т. е. $i = n_{\text{пост}} = 3$.

У **линейных** (всех двух атомных и некоторых трех и более атомных (HCN, CO₂)) – есть **две вращательные** степени свободы, т. е. $n_{\text{вращ}} = 2$.

У **нелинейных** (трех и более атомных) есть **три вращательные** степени свободы, т. е. $n_{\text{вращ}} = 3$.

У **жестких** – нет **колебательных** степеней свободы, т. е. $n_{\text{колеб}} = 0$.

У **упругих** – есть **одна колебательная** степень свободы, т. е. $n_{\text{колеб}} = 1$.

Примеры

гелий He, атомарный водород H – одноатомные молекулы, $i = 3$;

водород H₂, азот N₂, кислород O₂ – жесткие двухатомные (линейные) молекулы, $i = 3 + 2 = 5$;

водяной пар H₂O – жесткая трехатомная (нелинейная) молекула, $i = 3 + 3 = 6$.

Дополнение. При **комнатной** температуре молекулы H_2 , N_2 , O_2 являются жесткими линейными с набором $n_{\text{пост}} = 3$, $n_{\text{вращ}} = 2$, $n_{\text{колеб}} = 0$, $i = 3 + 2 + 0 = 5$. При **низких** температурах у них «вымораживаются» вращательные степени свободы ($n_{\text{пост}} = 3$, $n_{\text{вращ}} = 0$, $n_{\text{колеб}} = 0$), $i = 3 + 0 + 0 = 3$, а при **высоких** температурах наоборот «размораживаются» колебательные и молекулы становятся упругими ($n_{\text{пост}} = 3$, $n_{\text{вращ}} = 2$, $n_{\text{колеб}} = 1$), $i = 3 + 2 + 2 = 7$.

Таким образом,

$$U = N \langle \varepsilon \rangle = N_A \nu \left(\frac{i}{2} kT \right) = \frac{i}{2} \nu RT = \nu U_M, \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad U_M = \frac{i}{2} RT - \text{внутренняя энергия моля. Здесь } \Delta U = U_2 - U_1, \Delta T = T_2 - T_1.$$

Теплоемкость

Теплоемкость вещества – величина, численно равная количеству **тепла**, которое нужно сообщить веществу **массой** m в **некотором процессе**, чтобы повысить его температуру на 1 градус кельвина [Дж/К].

$$C_{\text{в-ва}} = \frac{\delta Q}{dT}, \quad \delta Q = C_{\text{в-ва}} dT.$$

Удельная теплоемкость вещества c – величина, равная количеству **тепла**, которое необходимо сообщить веществу **единичной массы** (кг) в **некотором процессе**, чтобы повысить его температуру на 1 градус кельвина [Дж/кг·К], m – масса вещества.

$$c = \frac{C_{\text{в-ва}}}{m}, \quad \delta Q = C_{\text{в-ва}} dT = cm dT.$$

Удельная теплоемкость c_p и c_V – теплоемкость вещества **единичной** (кг) **массы** при **изобарическом** и **изохорическом** процессе соответственно. Для жидкости и твердого тела

$$c_p \approx c_V.$$

Молярная теплоемкость вещества C – величина, численно равная количеству **тепла**, которое нужно сообщить **одному молю** вещества в **некотором процессе**, чтобы повысить его температуру на 1 кельвин [Дж/моль·К], ν – количество молей вещества

$$C = \frac{C_{\text{в-ва}}}{\nu}, \quad \delta Q = C \nu dT.$$

Молярная теплоемкость C_V – теплоемкость 1 моля вещества при **изохорическом** процессе, i – число степеней свободы молекулы

$$C_V = \frac{i}{2} R \quad (\text{для идеального газа}).$$

Молярная теплоемкость C_p – теплоемкость 1 моля вещества при **изобарическом** процессе

$$C_p = \frac{i+2}{2}R > C_v \text{ (для идеального газа).}$$

Связь C_v и C_p

$C_p = C_v + R$ – уравнение **Майера**, $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$ – коэффициент **Пуассона**.

II НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. ЭНТРОПИЯ

Энтропия S – функция состояния системы, т. е. одним и тем же параметрам состояния p, T, V соответствует одна и та же S .

Замкнутая (изолированная) система

Для обратимых (равновесных) процессов изолированной системы

$$dS = \delta Q/T = 0, \Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \delta Q/T = 0, \text{ т. е. } S = \text{const.}$$

Для необратимых (неравновесных) процессов изолированной системы

$$dS > \delta Q/T, \Delta S = S_2 - S_1 > \int_1^2 \delta Q/T \text{ и } dS, \Delta S > 0.$$

Таким образом, энтропия замкнутой (изолированной) системы либо остается **постоянной** для обратимых процессов, либо **возрастает** для необратимых.

Незамкнутая (неизолированная) система

Для обратимых (равновесных) процессов неизолированной системы

$$dS = \delta Q/T, \Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \delta Q/T.$$

При **поступлении** тепла ($\delta Q > 0$) энтропия **возрастает** ($dS, \Delta S > 0$), а при **отдаче** тепла ($\delta Q < 0$) – **убывает** ($dS, \Delta S < 0$). Тогда

$$\delta Q = dU + \delta A \rightarrow TdS = dU + \delta A \text{ – неравенство Клаузиуса.}$$

Для необратимых (неравновесных) процессов неизолированной системы

$$dS > \delta Q/T, \Delta S = S_2 - S_1 > \int_1^2 \delta Q/T,$$

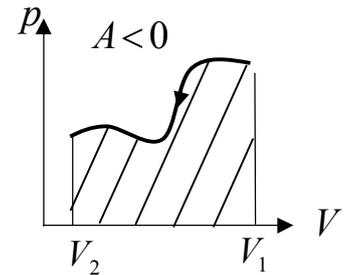
$$\delta Q = dU + \delta A \rightarrow TdS > dU + \delta A \text{ – неравенство Клаузиуса.}$$

Невозможны процессы, единственным результатом которых был бы переход тепла от менее нагретого тела к более нагретому.

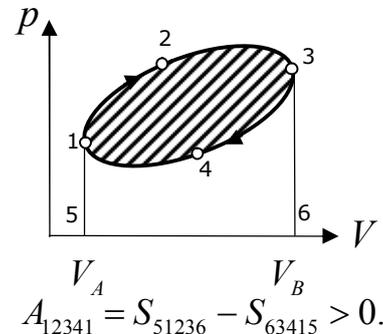
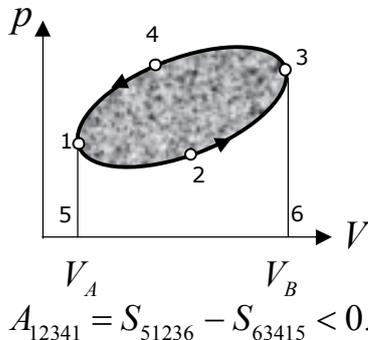
Невозможны процессы, единственным конечным результатом которых было бы превращение тепла целиком в работу. (Невозможен тепловой двигатель с КПД равным 1).

РАБОТА ПРИ ИЗОПРОЦЕССАХ. ЦИКЛЫ

Работа $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$ – площадь под кривой p от V с учетом знака. Если $V_2 > V_1$ (расширение), то $A > 0$, если $V_2 < V_1$ (сжатие), то $A < 0$.



Круговой процесс (цикл) – процесс, при котором начальное и конечное состояние системы (параметры p , T , V) одинаково. Работа в цикле равна площади фигуры (в Дж), ограниченной замкнутой кривой «траектории» процесса в переменных p , V .



Список основных формул

$Q = \Delta U + A$ – I начало термодинамики.

$pV = \nu RT$ – Уравнение состояния идеального газа.

$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$ – Определение работы.

Если расширение $\Delta V > 0$, то $A > 0$; если $A > 0$, то $\Delta V > 0$.

Если сжатие $\Delta V < 0$, то $A < 0$; если $A < 0$, то $\Delta V < 0$.

$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ – Определение приращения энтропии.

Если получение тепла $Q > 0$, то $\Delta S > 0$; если $\Delta S > 0$, то $Q > 0$.

Если отдача тепла $Q < 0$, то $\Delta S < 0$; если $\Delta S < 0$, то $Q < 0$.

$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$ – Определение приращения внутренней энергии идеального газа.

Если нагревание $\Delta T > 0$, то $\Delta U > 0$; если $\Delta U > 0$, то $\Delta T > 0$.

Если остывание $\Delta T < 0$, то $\Delta U < 0$; если $\Delta U < 0$, то $\Delta T < 0$.

Обратимые изопроцессы идеального газа в неизолированной системе

<p>Изобарный процесс ($p = \text{const}$)</p> $V = \frac{\nu R}{p} T, \text{ т. е. } V = \text{const} \cdot T,$ $\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T,$ $A = p \Delta V = \nu R \Delta T,$ $Q = \Delta U + A = \frac{i+2}{2} \nu R \Delta T,$ $\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{i+2}{2} \nu R \int_1^2 \frac{dT}{T} = \frac{i+2}{2} \nu R \ln \frac{T_2}{T_1}.$	<p>Изотермический процесс ($T = \text{const}$)</p> $p = \nu R T \frac{1}{V}, \text{ т. е. } p = \frac{\text{const}}{V}.$ $\Delta U = 0,$ $A = \nu R T \ln \frac{V_2}{V_1},$ $Q = A = \nu R T \ln \frac{V_2}{V_1},$ $\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q = \frac{Q}{T} = \frac{A}{T} = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1}.$
<p>Изохорический процесс ($V = \text{const}$)</p> $p = \frac{\nu R}{V} T, \text{ т. е. } p = \text{const} \cdot T,$ $\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T,$ $A = 0,$ $Q = \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T,$ $\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU}{T} = \frac{i}{2} \nu R \int_1^2 \frac{dT}{T} = \frac{i}{2} \nu R \ln \frac{T_2}{T_1}.$	<p>Адиабатический процесс ($\delta Q, Q = 0$)</p> $p V^\gamma = \text{const}, \quad T V^{\gamma-1} = \text{const},$ $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} > 1,$ $\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T,$ $A = -\Delta U = -\frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$ $Q = 0,$ $\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = 0.$

Изменение температуры и энтропии при обратимых процессах **нагрева** (охлаждения) и **агрегатного (фазового) превращения** вещества в неизолированной системе.



Для твердого тела и жидкости $c_p \approx c_v$. Для газа $c_p \neq c_v$.

Нагревание (охлаждение) фазы – $\delta Q = cmdT$.

Для твердого тела и жидкости $c = c_v$.

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = mc \int_1^2 \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Нагревание твердого тела (1 → 2), жидкости (3 → 4) и газа (5 → 6).

$$T_2 > T_1 \rightarrow \Delta S > 0, \text{ т. е. } S \text{ растет.}$$

Охлаждение газа (6 → 5), жидкости (4 → 3) и твердого тела (2 → 1).

$$T_2 < T_1 \rightarrow \Delta S < 0, \text{ т. е. } S \text{ падает.}$$

Агрегатный (фазовый) переход – $T = \text{const}, Q = \pm \lambda m$.

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q = \frac{Q}{T} = \pm \frac{\lambda m}{T}$$

Переход

твердое тело → жидкость (**плавление**, 2→3), жидкость → газ (**кипение**, 4→5)

$$Q = \lambda m > 0 \rightarrow \Delta S > 0, \text{ т. е. } S \text{ растет.}$$

Переход

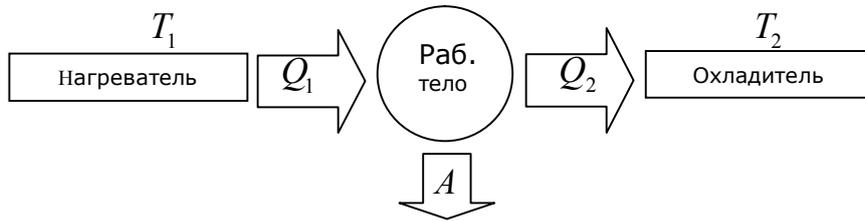
газ → жидкость (**конденсация**, 5→4), жидкость → твердое тело (**кристаллизация**, 3→2)

$$Q = -\lambda m < 0 \rightarrow \Delta S < 0, \text{ т. е. } S \text{ падает.}$$

Таким образом, в направлении 1 → 2 → 3 → 4 → 5 → 6 S **растет**, а в направлении 6 → 5 → 4 → 3 → 2 → 1 S **падает**.

Тепловой двигатель

Термический коэффициент полезного действия (**кпд**) любого **циклического** ($\Delta U = 0$) процесса

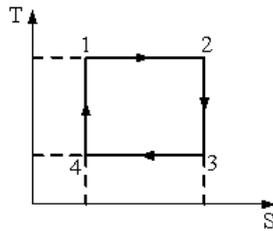
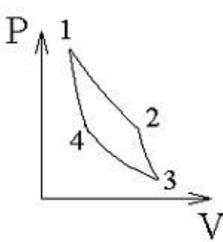


$$Q_1 = Q_2 + A \quad \text{или} \quad A = Q_1 - Q_2$$

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Q_1 – количество тепла, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя, Q_2 – количество тепла, переданное рабочим телом (газом) охладителю (внешней среде), A – работа рабочего тела (газа), η – КПД теплового двигателя.

КПД цикла Карно (процесс с максимальным КПД)



$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} =$$

T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура охладителя.

Процессы цикла Карно

$$Q = \Delta U + A, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

1–2 изотермическое расширение:

$$\Delta U = 0 \text{ (изотерма)}, \quad A > 0 \text{ (расширение)}, \quad Q = A, \quad \Delta S = \frac{A}{T} > 0.$$

2–3 адиабатическое расширение:

$$Q = 0 \text{ (адиабата)}, \quad A > 0 \text{ (расширение)}, \quad \Delta U = -A, \quad S = \text{const}.$$

3–4 изотермическое сжатие:

$$\Delta U = 0 \text{ (изотерма)}, \quad A < 0 \text{ (сжатие)}, \quad Q = A, \quad \Delta S = \frac{A}{T} < 0.$$

4–1 адиабатическое сжатие:

$$Q = 0 \text{ (адиабата)}, \quad A < 0 \text{ (сжатие)}, \quad \Delta U = -A, \quad S = \text{const}.$$

Тесты с решениями

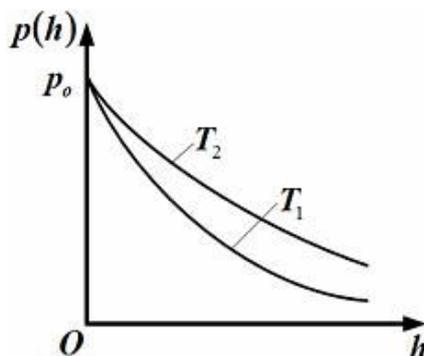
Распределение Максвелла и Больцмана

1. Зависимость давления от высоты для изотермической атмосферы описывается барометрической формулой

$$p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{m_0gh}{kT}\right).$$

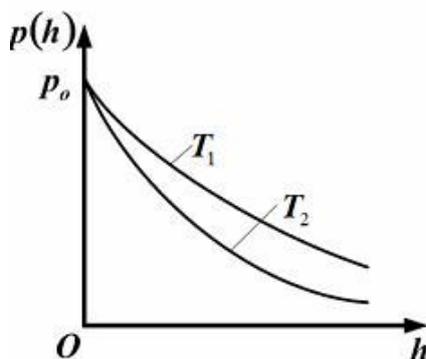
Для этой зависимости справедливы следующие утверждения ...

– зависимость давления $p(h)$ одного и того же газа при двух разных температурах ($T_2 > T_1$) представлена на рисунке



– зависимость $p(h)$ определяется не только температурой газа, но и массой его молекул;

– зависимость давления $p(h)$ одного и того же газа при двух разных температурах ($T_2 > T_1$) представлена на рисунке



– с понижением температуры давление газа на высоте h стремится к давлению на высоте $h = 0$.

Решение

Для одного и того же газа для любых h кроме нуля при $T_2 > T_1$ имеем

$$\frac{m_0gh}{kT_2} < \frac{m_0gh}{kT_1}, \exp\left(\frac{m_0gh}{kT_2}\right) < \exp\left(\frac{m_0gh}{kT_1}\right), p_0 \exp\left(-\frac{m_0gh}{kT_2}\right) > p_0 \exp\left(-\frac{m_0gh}{kT_1}\right),$$

т. е. первое утверждение правильно. (**Зависимость $p(h)$ для бóльших температур всегда идет выше**).

Так как в выражение для $p(h)$ входит m_0 , то второе утверждение правильно.

Так как правильно первое утверждение, то неправильно третье, противоположное первому.

Если $T \rightarrow 0$, то

$$\exp\left(-\frac{m_0gh}{kT}\right) \rightarrow \exp(-\infty) = 1/\exp(\infty) = \frac{1}{\infty} = 0$$

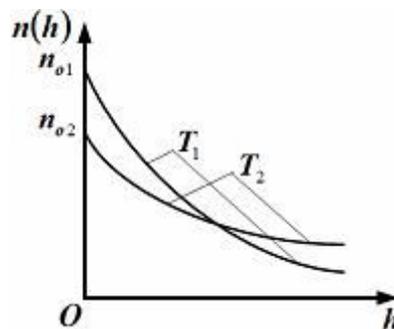
и $p(h) \rightarrow 0$, а не к p_0 , что видно по рисунку. Четвертое утверждение неправильно.

2. Формула

$$n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{m_0gh}{kT}\right)$$

описывает распределение одинаковых молекул массой m_0 по высоте в изотермической атмосфере; здесь n_0 – концентрация молекул при $h = 0$, n – их концентрация на высоте h . Для этой зависимости справедливы следующие утверждения ...

– приведенные на рисунке кривые соответствуют распределениям для одного и того же газа при разных температурах, причем $T_2 > T_1$:



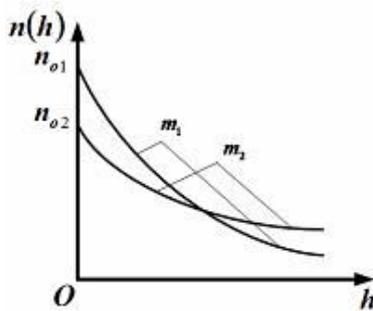
Решение 1

Если газ один и тот же, т. е. одинаковы массы молекул, то имеем

$$\frac{n_1(h)}{n_2(h)} = \frac{n_{01} \exp\left(-\frac{m_0gh}{kT_1}\right)}{n_{02} \exp\left(-\frac{m_0gh}{kT_2}\right)} = \frac{n_{01}}{n_{02}} \exp\left(\frac{m_0gh}{kT_1T_2}(T_1 - T_2)\right).$$

Так как имеет место пересечение, т. е. равенство $n_1/n_2 = 1$, а $n_{01}/n_{02} > 1$, то второй множитель обязательно должен быть меньше 1, т. е. $T_2 > T_1$ и, следовательно, первое утверждение правильно.

– приведенные на рисунке кривые соответствуют распределениям для двух разных газов при одинаковой температуре, причем массы молекул удовлетворяют соотношению $m_1 > m_2$:



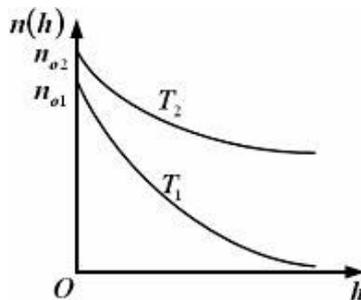
Решение 2

Если температура одна и та же, то имеем

$$\frac{n_1(h)}{n_2(h)} = \frac{n_{01} \exp\left(-\frac{m_1 gh}{kT}\right)}{n_{02} \exp\left(-\frac{m_2 gh}{kT}\right)} = \frac{n_{01}}{n_{02}} \exp\left(\frac{gh}{kT} (m_2 - m_1)\right).$$

Так как имеет место пересечение, т. е. равенство $n_1/n_2 = 1$, а $n_{01}/n_{02} > 1$, то второй сомножитель обязательно должен быть меньше 1, т. е. $m_1 > m_2$ и, следовательно, второе утверждение правильно;

– приведенные на рисунке кривые соответствуют распределениям для одного и того же газа при разных температурах, причем $T_2 < T_1$:



Решение 3

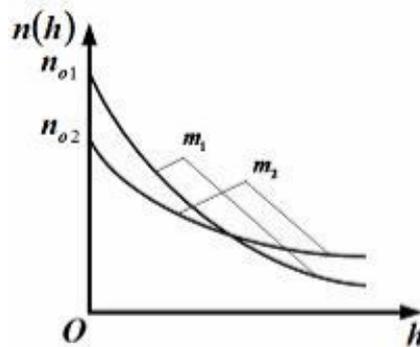
Если газ один и тот же, т. е. одинаковы массы молекул, то имеем

$$\frac{n_2(h)}{n_1(h)} = \frac{n_{02} \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT_2}\right)}{n_{01} \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT_1}\right)} = \frac{n_{02}}{n_{01}} \exp\left(\frac{m_0 gh}{kT_1 T_2} (T_2 - T_1)\right).$$

Из рисунка следует, что $n_2(h)/n_1(h)$ растет с ростом h . Следовательно, $T_2 - T_1 > 0$, т. е. $T_2 > T_1$, третье утверждение неправильно.

Примечание. Правильнее исследовать разность концентраций, а не их отношение.

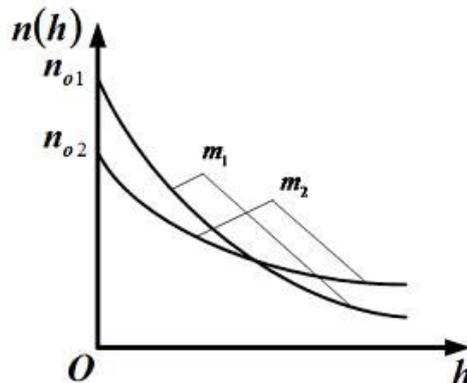
– приведенные на рисунке кривые соответствуют распределениям для двух разных газов при одинаковой температуре, причем массы молекул удовлетворяют соотношению $m_1 < m_2$.



Решение 4

Так правильно второе утверждение, то неправильно четвертое, противоположное второму.

3. На рисунке представлены графики функций распределения молекул идеального газа n во внешнем однородном поле силы тяжести от высоты h для двух разных газов, где m_1, m_2 массы молекул газа (распределение Больцмана).



Для этих функций верными являются утверждения, что ...

- масса m_1 больше массы m_2
- концентрация молекул газа с меньшей массой на «нулевом уровне» ($h = 0$) меньше
- масса m_1 меньше массы m_2
- концентрация молекул газа с меньшей массой на «нулевом уровне» ($h = 0$) больше.

Решение

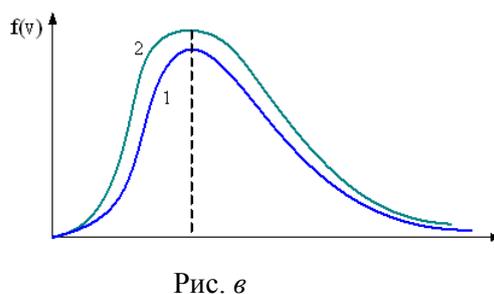
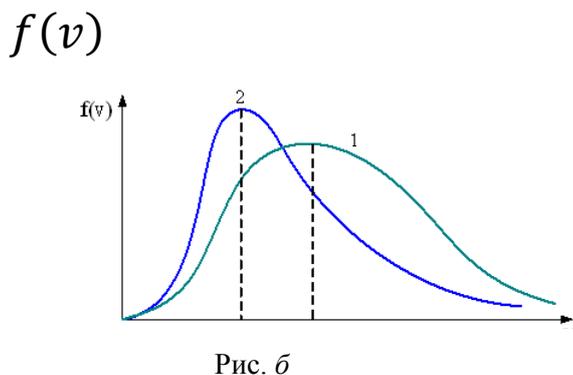
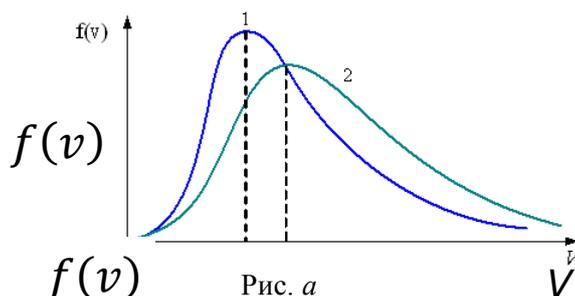
Зависимость

$$n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right)$$

описывает распределение одинаковых молекул массой m_0 по высоте в изотермической атмосфере; здесь n_0 – концентрация молекул при $h = 0$, n – их концентрация на высоте h .

Первое утверждение правильно. (Смотри решение 2 предыдущей задачи).
 Так как $n_{02} < n_{01}$ и $m_2 < m_1$, то второе утверждение правильно.
 Так как правильно первое утверждение, то неправильно третье.
 Так как правильно второе утверждение, то неправильно четвертое.

4. В сосуде, разделенном на равные части непроницаемой перегородкой, находится газ. Температуры газа в каждой части одинаковы. По массе газ в левой части больше, чем в правой $M_1 > M_2$. Функция распределения $f(v) = dN/Ndv$ скоростей молекул в сосуде будет описываться кривыми, приведенными



- на рис. а
- на рис. б
- на рис. в

Решение

Из распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что положение максимума функции распределения на оси скоростей и его значение имеют следующий вид:

$$v_{BEP} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, f(v_{BEP}) = \frac{4}{\sqrt{\pi}e} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}e} \sqrt{\frac{M}{2RT}}$$

Здесь m_0 – масса молекулы и M – молярная масса газа, v_{BEP} – скорость, при которой $f(v)$ максимальна и равна $f(v_{BEP})$.

Примечание. Видимо M_1 и M_2 – это молярные массы разных газов. Если бы это были просто массы одного и того же газа, то функции распределения Максвелла (см. теоретический материал) для них были бы одинаковы, так как они не зависят от масс газов, а температуры газов одинаковы. Таких рисунков нет.

Так как $M_1 > M_2$, то

$$v_{BEP_1} = \sqrt{\frac{2RT}{M_1}} < v_{BEP_2} = \sqrt{\frac{2RT}{M_2}} \text{ и}$$

$$f(v_{BEP_1}) = \frac{4}{\sqrt{\pi}e} \sqrt{\frac{M_1}{2RT}} > f(v_{BEP_2}) = \frac{4}{\sqrt{\pi}e} \sqrt{\frac{M_2}{2RT}}.$$

Следовательно, рис. *a* – правильный.

5. В сосуде, разделенном на равные части подвижным теплоизолирующим поршнем, находится газ. Количество газа в каждой части одинаково, а для объемов выполняется условие $V_1 > V_2$. Распределение скоростей молекул в сосуде будет описываться кривыми, приведенными



- на рис. *a*
- на **рис. б**
- на рис. *в*.

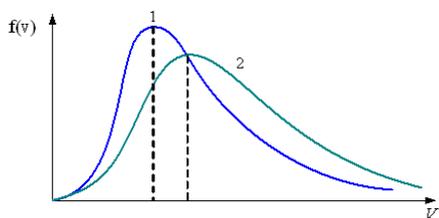


Рис. *a*

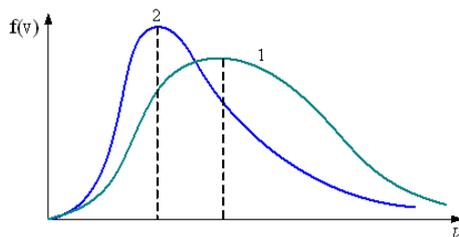


Рис. б

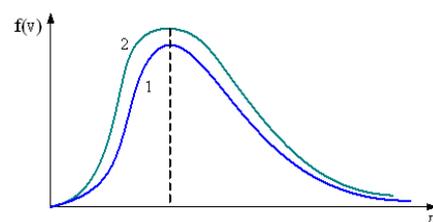


Рис. *в*

Решение

Из распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что положение максимума функции распределения на оси скоростей и его значение имеют следующий вид:

$$v_{BEP} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, f(v_{BEP}) = \frac{4}{\sqrt{\pi}e} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}e} \sqrt{\frac{M}{2RT}}.$$

Здесь m_0 – масса молекулы и M – молярная масса газа, v_{BEP} – скорость, при которой $f(v)$ максимальна и равна $f(v_{BEP})$.

Примечание. Фраза «сосуд разделен на равные части поршнем» и «для объемов выполняется условие $V_1 > V_2$ » противоречат друг другу. Предполагаем, что верно **последнее**. На рисунке буквой V (с наклоном) обозначена скорость. Объем будем обозначать буквой V без наклона.

Так как сказано, что в сосуде находится газ, то, видимо, это один и тот же газ, т. е. $M_1 = M_2 = M$.

По условию задачи количество газа одинаково, т. е. одинаково число молекул, а значит и число молей. Таким образом, $\nu_1 = \nu_2 = \nu$.

Так как поршень подвижен и находится в равновесии, то $P_1 = P_2 = P$.

Так как поршень теплоизолирующий, то в общем случае $T_1 \neq T_2$.

Запишем уравнение состояния (Менделеева-Клайперона) для газа в обеих частях сосуда

$$\frac{PV_1}{R} = \nu T_1, \quad \frac{PV_2}{R} = \nu T_2.$$

Так как $V_1 > V_2$, то $T_1 > T_2$ и

$$v_{БЕР1} = \sqrt{\frac{2RT_1}{M}} > v_{БЕР2} = \sqrt{\frac{2RT_2}{M}}.$$

Следовательно, рис. б – правильный.

6. В сосуде, разделенном на равные части неподвижной теплоизолирующей перегородкой, находятся одинаковые количества (число молекул) водорода и азота. Если давления газов в обеих частях одинаково, то распределение $f(v) = dN/Ndv$ скоростей молекул в сосуде будет описываться кривыми, приведенными

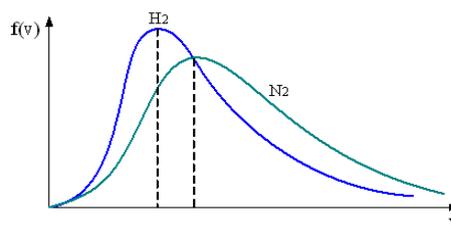


Рис. а

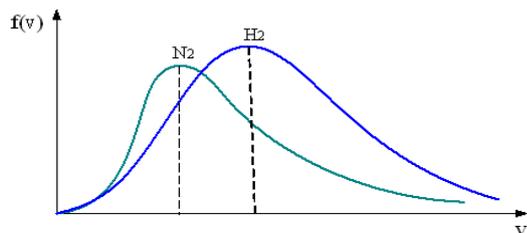


Рис. б

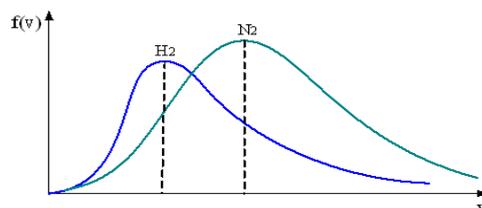


Рис. в

- на рис. *a*
- на **рис. б**
- на рис. *в*.

Решение

Из распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что положение максимума функции распределения на оси скоростей и его значение имеют следующий вид:

$$V_{BEP} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, f(V_{BEP}) = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{M}{2RT}}.$$

Здесь m_0 – масса молекулы и M – молярная масса газа, v_{BEP} – скорость, при которой $f(v)$ максимальна и равна $f(v_{BEP})$.

Фраза «сосуд разделен на равные части перегородкой» означает, что $V_1 = V_2 = V$.

Так как перегородка теплоизолирующая, то в общем случае $T_1 \neq T_2$.

По условию задачи $P_1 = P_2 = P$.

Так как число молекул водорода и азота одинаково $N_1 = N_2 = N$, то одинаково число молей этих газов, т. е.

$$\nu_1 = \frac{N_1}{N_A} = \frac{N_2}{N_A} = \nu_2 = \nu.$$

Запишем уравнение состояния (Менделеева-Клайперона) для газов в обеих частях сосуда

$$PV = \nu RT_1, \quad PV = \nu RT_2.$$

Следовательно, $T_1 = T_2 = T$. Так как $M_{N_2} > M_{H_2}$, то

$$V_{BEP}(N_2) = \sqrt{\frac{2RT}{M_{N_2}}} < V_{BEP}(H_2) = \sqrt{\frac{2RT}{M_{H_2}}}, \text{ а } f(N_2) \sim \sqrt{\frac{M_{N_2}}{2RT}} > f(H_2) \sim \sqrt{\frac{M_{H_2}}{2RT}}.$$

Видимо, правильный рис. *a*, если поменять обозначения кривых H_2 на N_2 .

7. В сосуде, разделенном на равные части неподвижной теплоизолирующей перегородкой, находится одинаковое количество газа. Давление $P_2 < P_1$. Распределение скоростей молекул в сосуде будет описываться кривыми, приведенными

- на рис. *a*
- на **рис. б**
- на рис. *в*.

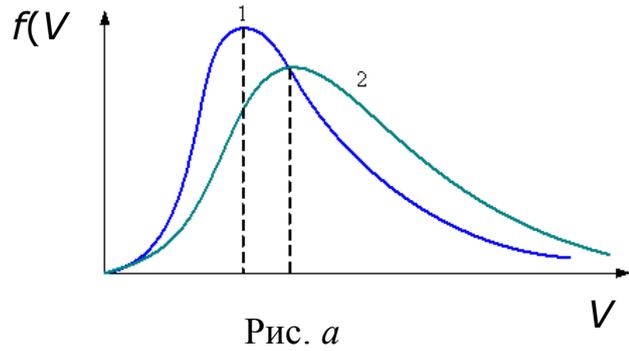
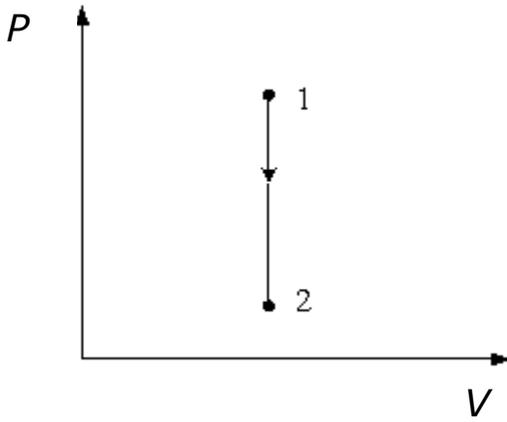


Рис. а

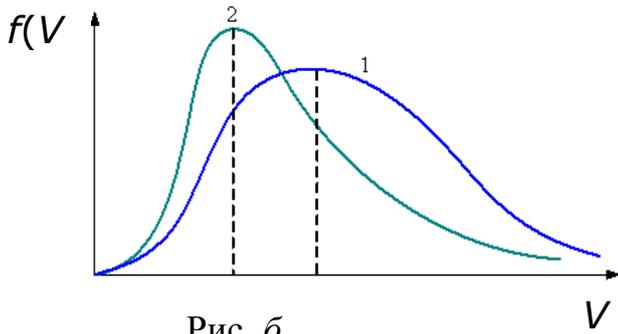


Рис. б

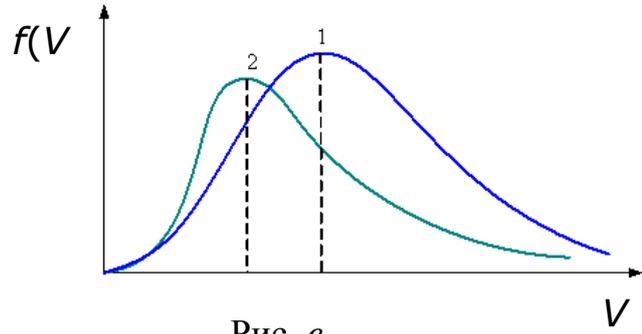


Рис. в

Решение

Из распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что положение максимума функции распределения на оси скоростей и его значение имеют следующий вид:

$$V_{BEP} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, f(V_{BEP}) = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{M}{2RT}}$$

Здесь m_0 – масса молекулы и M – молярная масса газа, v_{BEP} – скорость, при которой $f(v)$ максимальна и равна $f(v_{BEP})$.

По условию задачи $V_1 = V_2 = V$.

Одинаковое количество газа означает $N_1 = N_2 = N$, а значит и $\nu_1 = \nu_2 = \nu$. (Число молей $\nu = N/N_A$).

Неподвижная теплоизолирующая перегородка означает, что в общем случае $P_1 \neq P_2$, $T_1 \neq T_2$. По условию задачи $P_2 < P_1$.

В обеих частях сосуда один и тот же газ, т. е. $M_1 = M_2 = M$.

Запишем два уравнения состояния (уравнения Менделеева-Клайперона) для газов в двух частях сосуда в следующем виде:

$$P_1 V = \nu R T_1, \quad P_2 V = \nu R T_2.$$

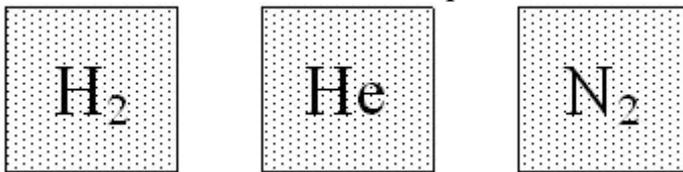
Так как $P_2 < P_1$, то $T_2 < T_1$ и

$$V_{BEP}(T_2) = \sqrt{\frac{2RT_2}{M}} < V_{BEP}(T_1) = \sqrt{\frac{2RT_1}{M}},$$

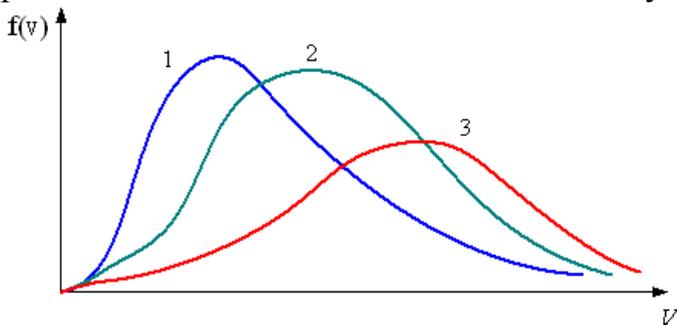
$$f(T_2) = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{M}{2RT_2}} > f(T_1) = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{M}{2RT_1}}.$$

Следовательно, правильный график дан на рис. б.

8. В трех одинаковых сосудах при равных условиях находится одинаковое количество водорода, гелия и азота



На рисунке представлены графики функций распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(v) = dN/Ndv$ — доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v + dv$ в расчете на единицу этого интервала.



Для этих функций верными являются утверждения, что ...

- кривая 1 соответствует распределению по скоростям молекул азота
- кривая 3 соответствует распределению по скоростям молекул водорода
- кривая 1 соответствует распределению по скоростям молекул гелия
- кривая 2 соответствует распределению по скоростям молекул азота.

Решение

Из распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что положение максимума функции распределения на оси скоростей и его значение имеют следующий вид:

$$v_{BEP} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad f(v_{BEP}) = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{M}{2RT}}$$

Здесь m_0 – масса молекулы и M – молярная масса газа, v_{BEP} – скорость, при которой $f(v)$ максимальна и равна $f(v_{BEP})$.

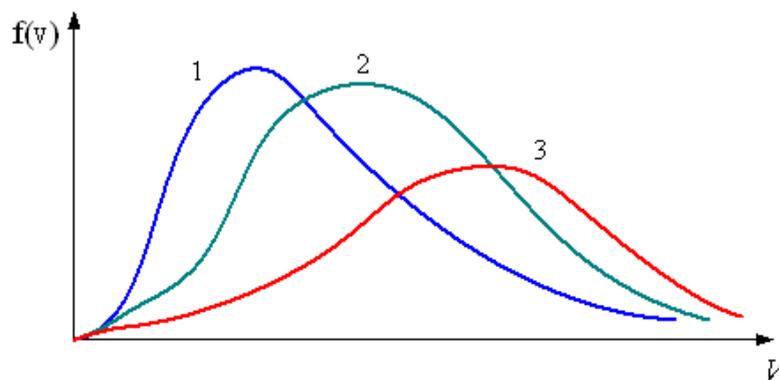
Так как $m_0(\text{H}_2) < m_0(\text{He}) < m_0(\text{N}_2)$ ($2 < 4 < 28$ – атомные веса), то

$$f(v_{BEP})(\text{H}_2) < f(v_{BEP})(\text{He}) < f(v_{BEP})(\text{N}_2) \quad \text{и} \quad v_{BEP}(\text{H}_2) > v_{BEP}(\text{He}) > v_{BEP}(\text{N}_2).$$

Следовательно, кривая 1 – азот, кривая 2 – гелий, кривая 3 – водород. (Вывод следует из любого неравенства).

9. В трех сосудах находятся газы, причем для температур и масс молекул газов имеют место следующие соотношения: $T_1 = 2T_2 = 3T_3$, $m_{1_0} = m_{2_0} = m_{3_0}$.

На рисунке схематически представлены графики функций распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла) для этих газов, где $f(v) = dN/Ndv$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v + dv$ в расчете на единицу этого интервала:



Для графиков этих функций верными являются утверждения, что ...
 кривая 1 соответствует распределению по скоростям молекул газа в сосуде 2
 кривая 3 соответствует распределению по скоростям молекул газа в сосуде 1
 кривая 2 соответствует распределению по скоростям молекул газа в сосуде 2
 кривая 3 соответствует распределению по скоростям молекул газа в сосуде 3.

Решение

Из распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что положение максимума функции распределения на оси скоростей и его значение имеют следующий вид:

$$v_{BEP} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad f(v_{BEP}) = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{M}{2RT}}.$$

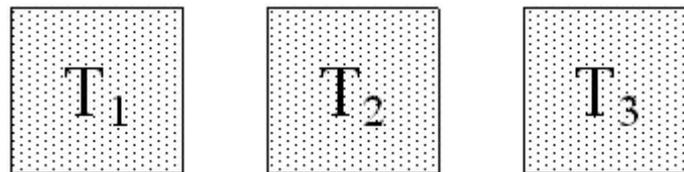
Здесь m_0 – масса молекулы и M – молярная масса газа, v_{BEP} – скорость, при которой $f(v)$ максимальна и равна $f(v_{BEP})$.

$$v_{BEP}(1) \sim \sqrt{\frac{T_1}{m_{01}}} = \sqrt{\frac{3T_3}{m_{03}}} > v_{BEP}(2) \sim \sqrt{\frac{T_2}{m_{02}}} = \sqrt{\frac{1,5T_3}{m_{03}}} > v_{BEP}(3) \sim \sqrt{\frac{T_3}{m_{03}}},$$

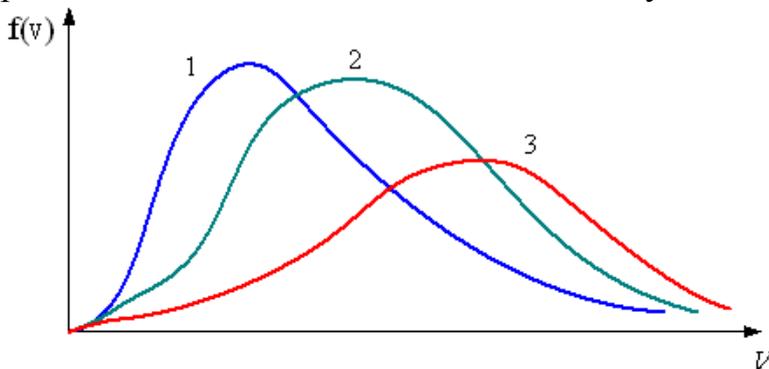
$$f(v_{BEP})(1) \sim \sqrt{\frac{m_{01}}{T_1}} = \sqrt{\frac{m_{03}}{3T_3}} < f(v_{BEP})(2) \sim \sqrt{\frac{m_{02}}{T_2}} = \sqrt{\frac{m_{03}}{1,5T_3}} < f(v_{BEP})(3) \sim \sqrt{\frac{m_{03}}{T_3}}.$$

Следовательно, кривая 1 – сосуд 3, кривая 2 – сосуд 2, кривая 3 – сосуд 1. (Вывод следует из любого неравенства).

10. В трех одинаковых сосудах находится одинаковое количество газа, причем $T_1 > T_2 > T_3$.



На рисунке представлены графики функций распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(v) = dN/Ndv$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v + dv$ в расчете на единицу этого интервала.



Для этих функций верными являются утверждения, что ...

- кривая 1 соответствует распределению по скоростям молекул газа при температуре T_3
- кривая 3 соответствует распределению по скоростям молекул газа при температуре T_1
- кривая 2 соответствует распределению по скоростям молекул газа при температуре T_1
- кривая 3 соответствует распределению по скоростям молекул газа при температуре T_3 .

Решение

Из распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что положение максимума функции распределения на оси скоростей и его значение имеют следующий вид:

$$v_{BEP} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, f(v_{BEP}) = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{M}{2RT}}$$

Здесь m_0 – масса молекулы и M – молярная масса газа, v_{BEP} – скорость, при которой $f(v)$ максимальна и равна $f(v_{BEP})$.

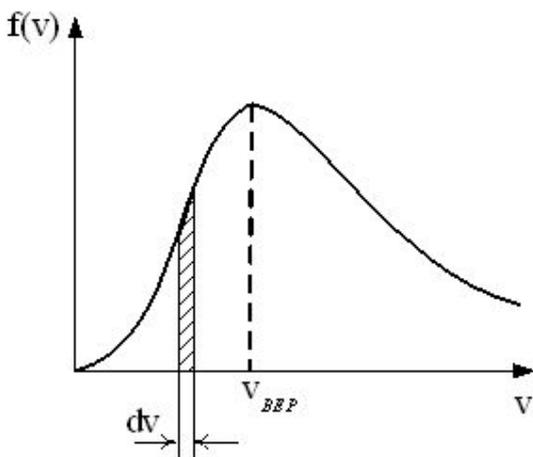
Примечание. Количество газа и объем сосудов неважны. Имеется ввиду одинаковое количество «одного и того же газа».

Так как $T_1 > T_2 > T_3$, то $v_{BEP}(1) \sim \sqrt{\frac{T_1}{m_0}} > v_{BEP}(2) \sim \sqrt{\frac{T_2}{m_0}} > v_{BEP}(3) \sim \sqrt{\frac{T_3}{m_0}}$ и

$$f(v_{BEP}(1)) \sim \sqrt{\frac{m_0}{T_1}} < f(v_{BEP}(2)) \sim \sqrt{\frac{m_0}{T_2}} < f(v_{BEP}(3)) \sim \sqrt{\frac{m_0}{T_3}}.$$

Следовательно, кривая 1 – газ при температуре T_3 , кривая 2 – газ при температуре T_2 , кривая 3 – газ при температуре T_1 . (Вывод следует из любого неравенства).

11. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(v) = dN/Ndv$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v + dv$ в расчете на единицу этого интервала.



Если, не меняя температуры взять другой газ с меньшей молярной массой и таким же числом молекул, то ...

- максимум кривой сместится вправо в сторону больших скоростей
- площадь под кривой не изменится
- высота максимума увеличится
- площадь под кривой уменьшится.

Решение

Функция распределения Максвелла имеет вид

$$f(v) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) 4\pi v^2, \int_0^{\infty} f(v) dv = 1.$$

Из распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что положение максимума функции распределения на оси скоростей и его значение имеют следующий вид:

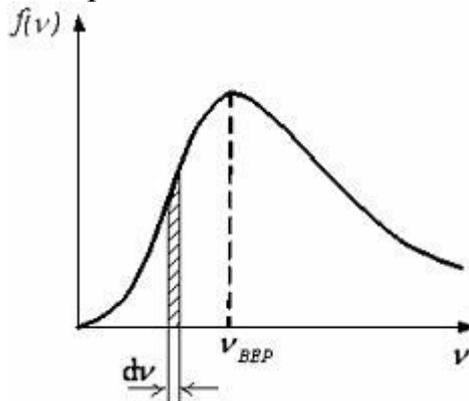
$$v_{BEP} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, f(v_{BEP}) = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{M}{2RT}}.$$

Здесь m_0 – масса молекулы и M – молярная масса газа, v_{BEP} – скорость, при которой $f(v)$ максимальна и равна $f(v_{BEP})$.

Примечание. Число молекул не влияет на распределение Максвелла.

При уменьшении M увеличивается v_{BEP} – максимум смещается вправо и уменьшается $f(v_{BEP})$ – высота максимума. Площадь под кривой не меняется и равна 1.

12. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(v) = dN/Ndv$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v + dv$ в расчете на единицу этого интервала:



Для этой функции верными являются утверждения ...

- положение максимума кривой зависит не только от температуры, но и от природы газа (его молярной массы)
- при увеличении числа молекул площадь под кривой не изменяется
- с ростом температуры газа значение максимума функции увеличивается
- для газа с большей молярной массой (при той же температуре) максимум функции расположен в области больших скоростей.

Решение

Функция Максвелла имеет вид

$$f(v) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) 4\pi v^2, \int_0^{\infty} f(v) dv = 1.$$

Из распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что положение максимума функции распределения на оси скоростей и его значение имеют следующий вид:

$$v_{BEP} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, f(v_{BEP}) = \frac{4}{\sqrt{\pi}e} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}e} \sqrt{\frac{M}{2RT}}$$

Здесь m_0 – масса молекулы и M – молярная масса газа, v_{BEP} – скорость, при которой $f(v)$ максимальна и равна $f(v_{BEP})$.

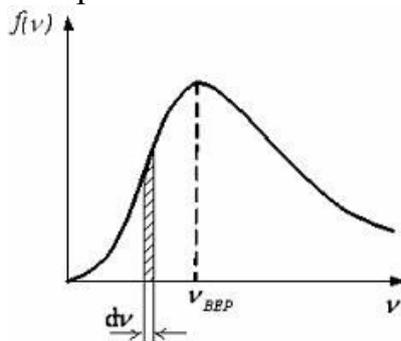
Положение максимума (значение v_{BEP}) зависит и от температуры и от природы газа (его молярной массы).

Площадь под кривой (вероятность) всегда равна 1.

При увеличении T увеличивается v_{BEP} – максимум смещается вправо и уменьшается $f(v_{BEP})$ – высота (значение) максимума.

При увеличением M (молярной массы) уменьшается v_{BEP} – максимум смещается влево (в область меньших скоростей) и увеличивается $f(v_{BEP})$ – высота максимума.

13. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(v) = dN/Ndv$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v + dv$ в расчете на единицу этого интервала:



Для этой функции верными являются утверждения ...

- с увеличением температуры максимум кривой смещается вправо
- площадь заштрихованной полоски равна доле молекул со скоростями в интервале от v до $v + dv$
- с ростом температуры значение максимума функции увеличивается
- с ростом температуры площадь под кривой увеличивается.

Решение

Функция Максвелла имеет вид

$$f(v) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2\pi T}\right) 4\pi v^2, \int_0^{\infty} f(v) dv = 1.$$

Из распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что положение максимума функции распределения на оси скоростей и его значение имеют следующий вид:

$$v_{\text{ВЕР}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, f(v_{\text{ВЕР}}) = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{m_0}{2kT}} = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \sqrt{\frac{M}{2RT}}.$$

Здесь m_0 – масса молекулы и M – молярная масса газа, $v_{\text{ВЕР}}$ – скорость, при которой $f(v)$ максимальна и равна $f(v_{\text{ВЕР}})$.

При увеличении T увеличивается $v_{\text{ВЕР}}$ – максимум смещается вправо и уменьшается $f(v_{\text{ВЕР}})$ – высота (значение) максимума.

Из определения функции распределения Максвелла следует, что выражение

$$f(v)dv = \frac{dN}{N}$$

определяет долю молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v + dv$ (на графике – площадь заштрихованной полоски).

II начало термодинамики. Энтропия. Циклы

14. Энтропия изолированной термодинамической системы

- не может убывать
- только постоянна
- только увеличивается.

15. При переводе термодинамической системы из одного состояния в другое сочетанием разных процессов изменение ее энтропии

- обязательно различно
- одинаково или различно в зависимости от сочетания процессов
- обязательно одинаково.

Решение

Энтропия – функция состояния термодинамической системы. Следовательно, изменение энтропии зависит только от начального и конечного состояния системы, т. е. обязательно одинаково.

16. При поступлении в неизолрованную термодинамическую систему тепла в ходе обратимого процесса для приращения энтропии верным будет соотношение ...

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

$$dS > \frac{\delta Q}{T}$$

$$dS < \frac{\delta Q}{T}$$

$$dS \leq \frac{\delta Q}{T}$$

Решение

По определению для неизолрованной системы и обратимого процесса имеем

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

17. Для обратимого процесса в неизолрованной термодинамической системе неравенство Клаузиуса имеет вид...

$$TdS < dU + \delta A$$

$$\checkmark \quad TdS = dU + \delta A$$

$$TdS > dU + \delta A$$

18. В процессе изохорического охлаждения постоянной массы идеального газа его энтропия ...

уменьшается

не меняется

увеличивается.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Изохора – нет изменения объема, т. е. $\Delta V = 0$ и, следовательно, $A = 0$. Охлаждение – значит $\Delta T < 0$ и, следовательно, $\Delta U < 0$. Тогда $Q = \Delta U + A = \Delta U < 0$. Следовательно, $\Delta S < 0$.

19. В процессе изотермического сообщения тепла постоянной массе идеального газа его энтропия ...

не меняется

уменьшается

увеличивается.

Решение

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как тепло сообщается ($\delta Q > 0$), то $\Delta S > 0$ и энтропия увеличивается. Если бы тепло отдавалось, то энтропия бы уменьшалась.

20. В процессе обратимого адиабатического охлаждения постоянной массы идеального газа его энтропия ...

уменьшается

не меняется

увеличивается.

Решение

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как адиабата – это отсутствие теплообмена со средой, то $Q = 0$ и $\Delta S = 0$, т. е. $S = \text{const}$. Если бы происходило адиабатическое нагревание, то результат был бы тот же самый.

21. При адиабатическом расширении идеального газа ...

температура и энтропия не изменяются

температура и энтропия возрастают

температура понижается, энтропия не изменяется

температура понижается, энтропия возрастает.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как адиабата – это отсутствие теплообмена со средой, то $Q = 0$ и $\Delta S = 0$, т. е. $S = \text{const}$ (энтропия не изменяется).

Так как расширение – это увеличение объема ($\Delta V > 0$), то $A > 0$.

Так как $Q = \Delta U + A = 0$, то $\Delta U = -A < 0$. Следовательно, и $\Delta T < 0$ (температура понижается).

22. При изотермическом сжатии идеального газа энтропия.....

уменьшается

не меняется

увеличивается

сначала увеличивается, потом уменьшается.

Решение

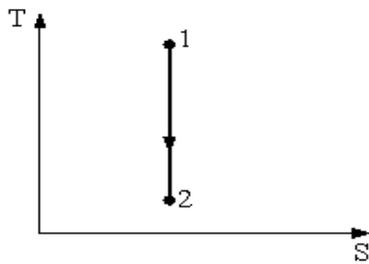
$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как это изотерма, то $\Delta U = 0$. Так как сжатие, то $A < 0$. Тогда

$$Q = \Delta U + A = A < 0,$$

т. е. $\Delta S < 0$ и энтропия уменьшается. А было бы изотермическое расширение – увеличивалась.

23. Процесс, изображенный на рисунке в координатах (T, S) , где S – энтропия, является...



изохорным охлаждением изобарным сжатием
изотермическим сжатием адиабатным расширением.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как $S = \text{const}$, то это адиабата, т. е. $Q = 0$. Тогда $0 = \Delta U + A$ и $A = -\Delta U$. Так как $\Delta T < 0$, то $\Delta U < 0$ и $A > 0$, то $\Delta V > 0$ (это расширение), т. е. это **адиабатическое расширение**.

24. В процессе кристаллизации вещества энтропия неизолированной термодинамической системы ...

- убывает
- остается постоянной
- увеличивается
- может как увеличиваться, так и оставаться постоянной.

Решение

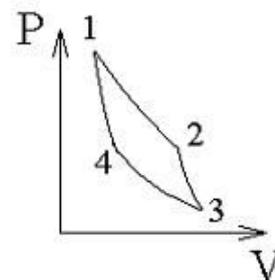
Фазовый переход происходит при постоянной температуре, т. е. $T = \text{const}$. В процессе кристаллизации $Q = -\lambda m$, где λ – удельная теплота плавления, а m – масса системы. Тогда

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q = \frac{Q}{T} = -\frac{\lambda m}{T} < 0.$$

Энтропия убывает в процессе кристаллизации.

25. На рисунке схематически изображен цикл Карно в координатах (p, V) : Уменьшение энтропии имеет место на участке ...

- 3–4
- 1–2
- 2–3
- 4–1.



Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

- 1–2 изотермическое расширение
- 2–3 адиабатное расширение
- 3–4 изотермическое сжатие
- 4–1 адиабатное сжатие.

Так как 2–3 и 4–1 адиабаты, то $\delta Q = 0$ и $\Delta S = 0$. Значит $S = \text{const}$. Так как 1–2 и 3–4 изотермы, то $T = \text{const}$ и $\Delta T = 0$. Следовательно, $\Delta U = 0$. Тогда

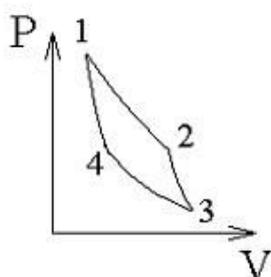
$$Q = \Delta U + A = A$$

и

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int \delta Q = \frac{Q}{T} = \frac{A}{T}.$$

Так как на участке 1–2 расширение ($\Delta V > 0$), то $A > 0$. Значит и $\Delta S > 0$. Так как на участке 3–4 сжатие ($\Delta V < 0$), то $A < 0$. Значит и $\Delta S < 0$ (уменьшение энтропии).

26. На рисунке схематически изображен цикл Карно в координатах (p, V) . Увеличение энтропии имеет место на участке ...



- 1–2
- 2–3
- 3–4
- 4–1.

Решение

При изотермическом расширении на участке 1–2 $A > 0$. Значит и $\Delta S > 0$. (Смотри решение предыдущей задачи).

27. Если КПД цикла Карно равен 60 %, то температура нагревателя больше температуры холодильника в 2,5 раз(а).

Решение

КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100 \%$$

или

$$\frac{\eta}{100} \% = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Здесь T_1 — температура нагревателя, T_2 — температура холодильника. Следовательно,

$$0,6 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

и

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

28. Если количество теплоты, отданное рабочим телом холодильнику, уменьшится в 2 раза, то коэффициент полезного действия тепловой машины ...

увеличится на $\frac{Q_2}{2Q_1}$

увеличится на $\frac{Q_2}{2Q_1}$

уменьшится на $\frac{Q_2}{2Q_1}$

уменьшится на $\frac{Q_2}{2Q_1}$.

Решение

КПД любой тепловой машины:

$$\eta_1 = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 — тепло, полученное от нагревателя; Q_2 — тепло, отданное холодильнику. Новое

$$Q'_2 = \frac{Q_2}{2}.$$

Тогда

$$\eta_2 = 1 - \frac{Q_2}{2Q_1}, \quad \eta_2 - \eta_1 = 1 - \frac{Q_2}{2Q_1} - 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q_2}{2Q_1} > 0.$$

29. Максимальное значение КПД, которое может иметь тепловой двигатель с температурой нагревателя 327°C и температурой холодильника 27°C , составляет.... %.

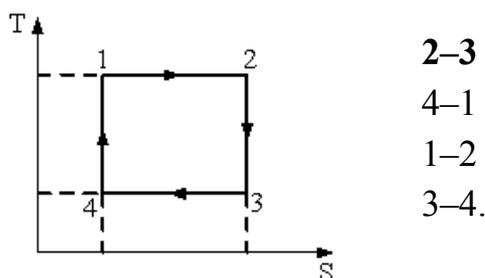
- 50
- 92
- 8
- 46.

Решение

Так как $T_1 = 327 + 273 = 600\text{ K}$, $T_2 = 27 + 273 = 300\text{ K}$, то максимальное КПД идеального теплового двигателя по определению равно

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{600 - 300}{600} = 0,5 = 50\%.$$

30. На рисунке изображен цикл Карно в координатах (T,S) , где S – энтропия. Адиабатное расширение происходит на этапе ...



- 2–3
- 4–1
- 1–2
- 3–4.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как адиабата это отсутствие теплообмена со средой, т. е. $Q = 0$, то $\Delta S = 0$ или $S = \text{const}$. Следовательно, это или этап 2 – 3 ($\Delta T < 0$) или 4 – 1 ($\Delta T > 0$).

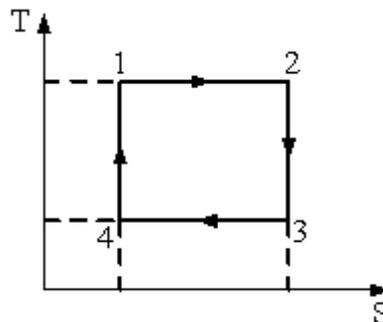
Если расширение ($\Delta V > 0$), то $A > 0$.

Так как для адиабат $Q = 0$, то $0 = \Delta U + A$, т. е. $A = -\Delta U$.

На этапе 2 – 3 $\Delta T < 0$, значит $\Delta U < 0$, а $A > 0$, т. е. это **расширение**, а на этапе 4 – 1 $\Delta T > 0$, значит $\Delta U > 0$, а $A < 0$, т. е. **сжатие**.

31. На рисунке изображен цикл Карно в координатах (T, S) , где S – энтропия. Изотермическое расширение происходит на этапе ...

- 1 – 2
- 4 – 1
- 2 – 3
- 3 – 4.



Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Изотерма – нет изменения температуры. Значит $T = \text{const}$. Тогда это этап 1 – 2 ($\Delta S > 0$) или 3 – 4 ($\Delta S > 0$).

Если расширение ($\Delta V > 0$), то $A > 0$.

Так как для изотермы $\Delta T = 0$, то $\Delta U = 0$ и $Q = \Delta U + A = A$.

Для

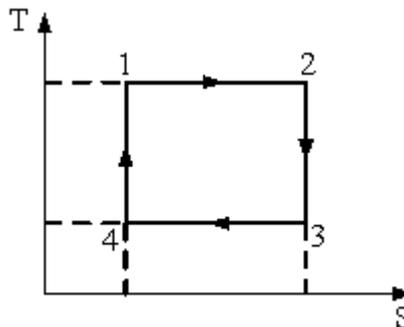
изотермы

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T} = \frac{A}{T}.$$

Следовательно, это этап 1–2 так как на этом этапе $\Delta S > 0$, т. е. $A > 0$, а значит имеет место расширение.

32. Цикл Карно в координатах (T, S) , где S – энтропия, изображен на рисунке. Теплота подводится к системе на этапе...

- 2 – 3
- 1 – 2
- 4 – 1
- 3 – 4.



Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как только на участке 1-2 $\Delta S > 0$, то (этот участок – изотерма)

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q = \frac{Q}{T} > 0$$

и, следовательно, $Q > 0$.

33. В идеальной тепловой машине из каждого 1 Дж теплоты, получаемого от нагревателя, 0,75 Дж отдается холодильнику. Если температура холодильника 27°C, то температура нагревателя (в °C) равна ...**127**

Решение

По определению КПД

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 и Q_2 – теплота, полученная от нагревателя и отданная холодильнику.

Максимальное

КПД

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

T_1 и T_2 – температура нагревателя и холодильника. Приравнивая, получаем

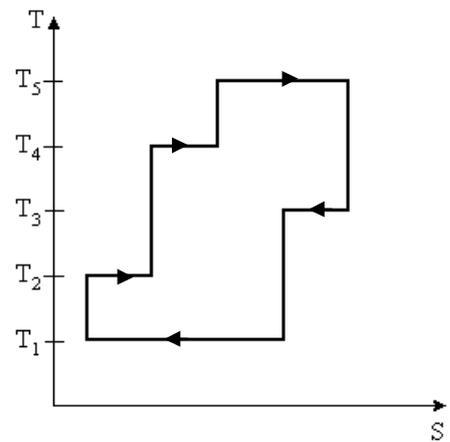
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Отсюда

$$T_1 = T_2 \frac{Q_1}{Q_2} = 300 \frac{1}{0,75} = 400 \text{ K} = 127^\circ\text{C}.$$

34. Цикл тепловой машины в координатах (T, S) , где S – энтропия, представлен на рисунке. Укажите нагреватели и холодильники с соответствующими температурами.

- 1) нагреватели – T_3, T_4, T_5 ; холодильники – T_1, T_2
- 2) нагреватели – T_2, T_4, T_5 ; холодильники – T_1, T_3
- 3) нагреватели – T_4, T_5 ; холодильники – T_1, T_2, T_3
- 4) нагреватели – T_2, T_4 ; холодильники – T_1, T_3, T_5 .



Решение

Поступление энергии от нагревателя или отдача ее холодильнику в цикле Карно происходит при постоянной температуре T , т. е. на изотермических участках, когда энтропия S увеличивается (поступление тепла) или уменьшается (отдача тепла). На адиабатических участках $S = \text{const}$. Тогда имеем (сложный цикл Карно)

нагреватели – T_2, T_4, T_5 ; холодильники – T_1, T_3 .

І начало термодинамики. Работа при изопроцессах

35. Изменение внутренней энергии газа произошло только за счет работы сжатия газа в ...

- изотермическом процессе
- изобарном процессе
- изохорном процессе
- адиабатическом процессе.**

Решение

Имеем $Q = \Delta U + A$ и $\Delta U = A - Q$. Так как ΔU зависит только от A , то $Q = 0$, т. е. это адиабатический процесс.

36. При адиабатическом расширении 2 молями одноатомного газа совершена работа, равная 2493 Дж. При этом изменение температуры составило ... **100 К.**

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как газ одноатомный, то $i = 3$.

Так как процесс адиабатический, то $Q = \Delta U + A = 0$ и

$$A = -\Delta U = -\frac{i}{2} \nu R \Delta T = -\frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2).$$

Следовательно,

$$T_1 - T_2 = \frac{2A}{3\nu R} = \frac{2 \cdot 2493}{3 \cdot 2 \cdot 8,31} = 100 \text{ К.}$$

37. Один моль идеального одноатомного газа в ходе некоторого процесса получил 2507 Дж теплоты. При этом его температура понизилась на 200 К. Работа (в Дж), совершенная газом, равна ... **5000 Дж.**

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Газ одноатомный, т. е. $i = 3$.

Из I закона термодинамики $Q = \Delta U + A$ следует, что $A = Q - \Delta U$. Так как температура понизилась, то $\Delta U < 0$. Тогда

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot (-200) = -2493 \text{ Дж,}$$

$$A = Q - \Delta U \text{ и } A = 2507 - (-2493) = 5000 \text{ Дж.}$$

38. При изотермическом расширении 1 моля газа его объем увеличился в e раз ($e \approx 2,7$), работа газа составила 1662 Дж. Тогда температура равна**200 К**.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

По определению работа газа равна

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Из уравнения состояния следует, что

$$p = \frac{\nu RT}{V}.$$

Подставляем это выражение в формулу работы и, учитывая постоянство температуры, получаем

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Следовательно, температура газа равна

$$T = \frac{A_{1-2}}{\nu R \ln(V_2/V_1)} = \frac{1662}{1 \cdot 8,31 \cdot \ln e} = 200 \text{ К}.$$

39. При адиабатическом расширении 2 молей одноатомного газа его температура понизилась с 300 К до 200 К, при этом газ совершил работу (в Дж), равную...**2493**.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Адиабатический процесс – система не получает и не отдает тепло, т. е.

$$Q = \Delta U + A \text{ и } Q = 0 \text{ и}$$

$$A = -\Delta U = -\frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 8,31 \cdot (300 - 200) = 2493 \text{ Дж}.$$

40. Идеальному одноатомному газу в изобарном процессе подведено количество теплоты Q . При этом на увеличение внутренней энергии газа расходуется..... **60 %** подводимого количества теплоты.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

По условию задачи необходимо найти $\Delta U/Q$. Так как газ одноатомный, то $i = 3$. По определению

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R \Delta T.$$

Так как процесс изобарный, то давление не меняется и работа газа равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1) = p \Delta V.$$

Из уравнения состояния для изобарного процесса следует

$$p \Delta V = \nu R \Delta T.$$

Тогда

$$Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + p \Delta V = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \nu R \Delta T = \frac{5}{2} \nu R \Delta T,$$

$$\frac{\Delta U}{Q} = \frac{(3/2) \nu R \Delta T}{(5/2) \nu R \Delta T} = \frac{3}{5} = 0,6,$$

или 60 %.

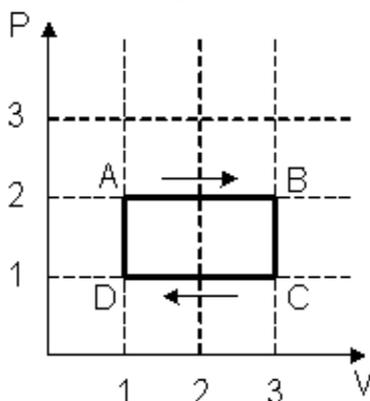
Если бы газ был двухатомный жесткий ($i = 3 + 2 = 5$), то

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{5}{2} \nu R \Delta T, \quad Q = \Delta U + A = \frac{5}{2} \nu R \Delta T + \nu R \Delta T = \frac{7}{2} \nu R \Delta T$$

и

$$\frac{\Delta U}{Q} = \frac{(5/2) \nu R \Delta T}{(7/2) \nu R \Delta T} = \frac{5}{7} = 0,71.$$

41. На (PV) -диаграмме изображен циклический процесс. На участках AB и BC температура



понижается
на AB понижается, на BC – повышается
повышается
на BC понижается, на AB – повышается.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Участок AB – изобарическое расширение ($\Delta V > 0$). Из уравнения состояния (Менделеева – Клайперона) следует, что

$$p \Delta V = \nu R \Delta T.$$

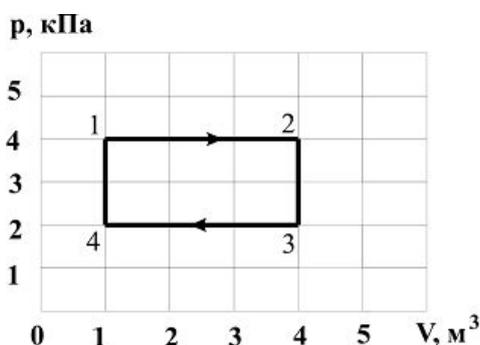
Так как $\Delta V > 0$, то $\Delta T > 0$, т. е. на участке AB температура повышается.

Участок BC – изохора с понижением давления ($\Delta p < 0$). Из уравнения состояния (Менделеева – Клайперона) следует, что

$$\Delta p V = \nu R \Delta T.$$

Так как $\Delta p < 0$, то $\Delta T < 0$, т. е. на участке BC температура понижается.

42. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа представлена на рисунке. Отношение работы при нагревании к работе газа за весь цикл по модулю равно ...**2**.



Решение

Работа за цикл – площадь фигуры 1234 с учетом знака (см. теорию)

$$A_{12341} = (4 - 2) \cdot (4 - 1) = 6 \text{ КДж.}$$

На участке 1–2 – изобарическое ($p = \text{const}$) расширение ($\Delta V > 0$). Так как $pV = RT$ и $p \Delta V = R \Delta T$, то $\Delta T > 0$ – это нагревание. Работа на участке 1–2

$$A_{12} = p \Delta V = 4 \cdot (4 - 1) = 12 \text{ кДж.}$$

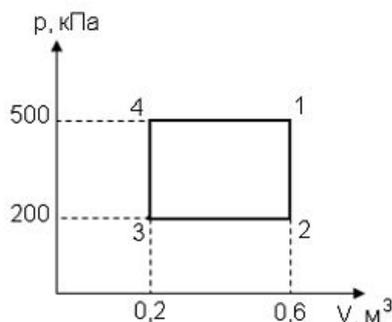
Участок 2–3 *изохора* ($V = \text{const}$) и, поэтому, $A_{23} = 0$.

На участке 3–4 – изобарическое ($p = \text{const}$) сжатие ($\Delta V < 0$). Так как $pV = RT$ и $p \Delta V = R \Delta T$, то $\Delta T < 0$ – это охлаждение.

Участок 4–1 *изохора* ($V = \text{const}$) и, поэтому, $A_{41} = 0$. Тогда имеем

$$\frac{A_{12}}{A_{12341}} = \frac{12}{6} = 2.$$

43. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа представлена на рисунке. Отношение работы за весь цикл к работе при охлаждении газа равно...**(видимо) 1,5**.



5 1,5 2,5 3

Решение

Работа за цикл – площадь фигуры 1234 с учетом знака (см. теорию)

$$A_{12341} = (500 - 200) \cdot (0,6 - 0,2) = 120 \text{ КДж.}$$

Участок 1–2 – *изохора* ($V = \text{const}$), $A_{12} = 0$.

Участок 2–3 – *изобарическое* ($p = \text{const}$) сжатие ($\Delta V < 0$). Так как $pV = RT$ и $p\Delta V = R\Delta T$, то $\Delta T < 0$ – охлаждение. Тогда

$$A_{12} = p\Delta V = 200 \cdot (0,2 - 0,6) = -80 \text{ кДж.}$$

Участок 3–4 *изохора* ($V = \text{const}$), $A_{34} = 0$.

Участок 4–1 – *изобарическое* ($p = \text{const}$) расширение ($\Delta V > 0$). Так как $pV = RT$ и $p\Delta V = R\Delta T$, то $\Delta T > 0$ – нагревание. Тогда

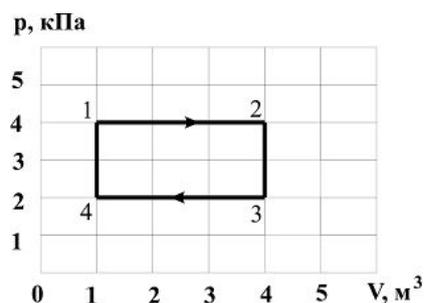
$$A_{41} = p\Delta V = 500 \cdot (0,6 - 0,2) = 200 \text{ кДж.}$$

Тогда имеем

$$\frac{A_{12341}}{A_{23}} = \frac{120}{-80} = -1,5.$$

Примечание. Видимо имелось в виду **по модулю**.

44. На рисунке представлена диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа. За цикл газ **получает** количество теплоты (в кДж), равное ...**33 кДж**.



Решение

$$= \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Примечание. Будем считать, что «за цикл газ получает количество теплоты» – это не разница между полученным и отданным теплом, а только полученное.

Найдем ΔU и A и подставим в I закон термодинамики $Q = \Delta U + A$. Газ одноатомный, т. е. $i = 3$.

Если процесс изобарический ($p = \text{const}$, 1–2 и 2–3), то из $pV = \nu RT$ следует

$$p \Delta V = \nu R \Delta T.$$

На участке 1–2 $\Delta V > 0$, $A = p \Delta V > 0$, $\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} p \Delta V$ и

$$Q_{12} = \Delta U + A = \frac{3}{2} p \Delta V + p \Delta V = \frac{5}{2} p \Delta V = \frac{5 \cdot 4 \cdot (4 - 1)}{2} = 30 \text{ кДж}.$$

На участке 3–4 $\Delta V < 0$, $A = p \Delta V < 0$, $\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} p \Delta V < 0$ и

$$Q_{34} = \Delta U + A < 0.$$

Если процесс изохорический ($V = \text{const}$, 2–3 и 4–1), то из $pV = \nu RT$ следует

$$\Delta p V = \nu R \Delta T.$$

На участке 2–3 $\Delta p < 0$, $A = 0$ и

$$Q_{23} = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \Delta p V < 0.$$

На участке 4–1 $\Delta p > 0$, $A = 0$ и

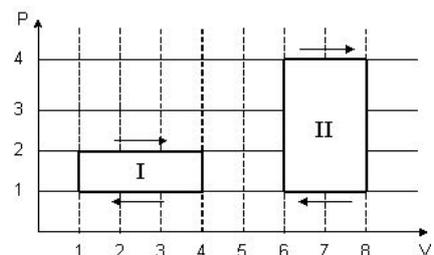
$$Q_{41} = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} V \Delta p = \frac{3 \cdot 1 \cdot (4 - 2)}{2} = 3 \text{ кДж}.$$

Таким образом, за цикл газ получает количество теплоты, равное

$$Q = Q_{12} + Q_{41} = 33 \text{ кДж}.$$

45. На (P, V) -диаграмме изображены два циклических процесса. Отношение работ A_I/A_{II} , совершенных в этих циклах, равно... **1/2**.

$$1/2 \quad 2 \quad -2 \quad -1/2.$$



Решение

Работа – площадь под кривой на PV диаграмме с учетом знака.

$$A_I = (4 - 1)(2 - 1) = 3 \text{ ед. энергии}, \quad A_{II} = (8 - 6)(4 - 1) = 6 \text{ ед. энергии и}$$

$$\frac{A_I}{A_{II}} = \frac{1}{2}.$$

46. Одному моллю двухатомного газа было передано 5155 Дж теплоты, при этом газ совершил работу, равную 1000 Дж, а его температура повысилась на**200 К**.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Так как молекула двухатомная (**видимо жесткая**), то $i = 5$. Согласно первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$ и

$$\Delta U = Q - A.$$

Изменение внутренней энергии равно

$$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T = \nu \frac{5}{2}R(T_2 - T_1).$$

Следовательно,

$$(T_2 - T_1) = \frac{Q - A}{(5/2)\nu} = \frac{4155}{1 \cdot 5 \cdot 8,31} = 200 \text{ К}.$$

47. Двум молям водорода сообщили 580 Дж теплоты при постоянном давлении. При этом его температура повысилась на **10 К**. (Считать связь атомов в молекуле жесткой) Ответ округлите до целого числа.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Так как молекула водорода двухатомная, жесткая, то $i = 5$. Согласно первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$.

Так как процесс изобарный ($p = \text{const}$), то $A = p\Delta V$.

По определению

$$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T.$$

Из уравнения состояния $pV = \nu RT$, получаем

$$A = p\Delta V = \nu R\Delta T.$$

Тогда

$$Q = \Delta U + A = \frac{i}{2}\nu R\Delta T + p\Delta V = \frac{i}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = \frac{i+2}{2}\nu R\Delta T,$$

$$\Delta T = \frac{2Q}{(i+2)\nu R} = \frac{2 \cdot 580}{7 \cdot 2 \cdot 8,31} = 9,97 \text{ К} = 10 \text{ К}.$$

48. Идеальному трехатомному газу (с нелинейными молекулами) в изобарном процессе подведено количество теплоты Q . При этом на работу расширения расходуется 25 % подводимого количества теплоты. (Считать связь атомов в молекуле жесткой).

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как молекула трехатомная (нелинейная), жесткая, то $i = 6$. Согласно первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$.

Так как процесс изобарный ($p = \text{const}$), то $A = p\Delta V$.

По определению

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T.$$

Из уравнения состояния $pV = \nu RT$, получаем $A = p\Delta V = \nu R \Delta T$.

Тогда

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T + p\Delta V = \frac{i}{2} \nu R \Delta T + \nu R \Delta T = \frac{i+2}{2} \nu R \Delta T \quad \text{и}$$

$$\frac{A}{Q} = \frac{\nu R \Delta T}{(i+2)\nu R \Delta T} = \frac{2}{i+2} = \frac{2}{8} = 0,25 \text{ или } 25 \%.$$

Средняя энергия молекул

49. Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении равна $C_p = (7/2)R$. Число вращательных степеней свободы молекулы равно ...2.

Решение

$$\varepsilon = \langle E \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}, \quad C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R,$$

где k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура; i – сумма числа поступательных, вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы.

Так как

$$C_p = \frac{i+2}{2} R,$$

то

$$\frac{i+2}{2} R = \frac{7}{2} R \quad \text{и} \quad i = 5.$$

Число степеней свободы молекулы $i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}$. $n_{\text{пост}} = 3$ есть у любой молекулы. Остается $5 - 3 = 2$ степени свободы и $n_{\text{вр}} = 2$ и $n_{\text{колеб}} = 0$ – для линейных жестких молекул. У линейных упругих и любых нелинейных молекул степеней свободы (кроме поступательных) – больше 2. Таким образом, $n_{\text{вр}} = 2$.

50. Если не учитывать колебательные движения в молекуле углекислого газа, то средняя кинетическая энергия молекулы равна ... **3kT**.

Решение

$$\varepsilon = \langle E \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}, \quad C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Средняя кинетическая энергия молекулы равна

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где $i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}$.

Для трехатомной молекулы углекислого газа CO_2 $n_{\text{пост}} = 3$, $n_{\text{вр}} = 3$. Поэтому без учета колебательных степеней свободы, $i = 3 + 3 = 6$. Следовательно, средняя кинетическая энергия молекулы CO_2 без учета колебательных систем свободы равна

$$\langle E \rangle = \frac{6}{2} kT = 3kT.$$

51. Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре T зависит от их конфигурации и структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле и самой молекулы. При условии, что имеет место поступательное и вращательное движение молекулы как целого, средняя кинетическая энергия молекулы водяного пара (H_2O) равна ... **3kT**.

Решение

$$\varepsilon = \langle E \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}, \quad C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Для трехатомной, нелинейной молекулы без колебательных степеней свободы $n_{\text{пост}} = 3$, $n_{\text{вр}} = 3$. Поэтому, $i = 3 + 3 = 6$. Следовательно, средняя кинетическая энергия молекулы H_2O равна

$$\langle E \rangle = \frac{6}{2} kT = 3kT.$$

52. Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре T равна $\varepsilon = (i/2)kT$. Здесь $i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}$, где $n_{\text{пост}}$ – число степеней свободы поступательного движения; $n_{\text{вр}}$ – число степеней свободы вращательного движения; $n_{\text{колеб}}$ – число степеней свободы колебательного движения молекулы. Для атомарного водорода число i равно ... **3**.

1 5 7 3

Решение

$$\varepsilon = \langle E \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}, \quad C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Одноатомная молекула: $n_{\text{пост}} = 3$, $n_{\text{вр}} = 0$, $n_{\text{колеб}} = 0$. Поэтому $i = 3$. 1

5 7 3

53. В соответствии с законом равномерного распределения энергии по степеням свободы средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре T равна: $\langle E \rangle = \frac{i}{2}kT$. Здесь $i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}$, где $n_{\text{пост}}$ – число степеней свободы поступательного движения; $n_{\text{вр}}$ – число степеней свободы вращательного движения; $n_{\text{колеб}}$ – число степеней свободы колебательного движения молекулы. Для водорода (H_2) число i равно ...**5,7**.

Решение

$$\varepsilon = \langle E \rangle = \frac{i}{2}kT, \quad i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}, \quad C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_p = \frac{i+2}{2}R.$$

H_2 – двухатомная (линейная) жесткая молекула, т. е. $n_{\text{пост}} = 3$, $n_{\text{вр}} = 2$, $n_{\text{колеб}} = 0$. Поэтому, $i = 3 + 2 = 5$. (**Только поступательные и вращательные степени свободы**).

Для высоких температур H_2 – двухатомная упругая молекула, т. е. $n_{\text{пост}} = 3$, $n_{\text{вр}} = 2$, $n_{\text{колеб}} = 1$. Поэтому, $i = 3 + 2 + 2 \cdot 1 = 7$. (**Еще и колебательные степени свободы**).

54. Газ занимает объем 5 л под давлением 2 МПа. При этом кинетическая энергия поступательного движения всех его молекул равна ...**15 кДж**.

Решение

$$Q = \Delta U + A, \quad pV = \nu RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Внутренняя энергия идеального газа состоит только из кинетической энергии разных типов движений составляющих газ молекул и

$$U = \frac{i}{2}\nu RT.$$

Кинетической энергии только поступательного движения любой по структуре молекулы соответствует $i = 3$ в выражении для внутренней энергии U , т. е.

$$U = \frac{3}{2}\nu RT.$$

Из уравнения состояния получаем

$$pV = \nu RT.$$

Тогда

$$U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}pV = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 15 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 15 \text{ кДж}.$$

55. Если не учитывать колебательные движения в молекуле водорода при температуре 200 К, то кинетическая энергия в (Дж) всех молекул в 4 г водорода равна ...**8310**.

Решение

$$\varepsilon = \langle E \rangle = \frac{i}{2}kT, \quad i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}, \quad C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_p = \frac{i+2}{2}R.$$

Так как молекула водорода двухатомная, то без колебательных степеней свободы

$$i = 3 + 2 = 5.$$

Молярная масса молекулы водорода

$$M = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Число молей можно посчитать через массу газа и массу молярную массу

$$\nu = \frac{m}{M}.$$

Тогда кинетическая энергия только поступательного и вращательного движения всех молекул водорода

$$U = N\varepsilon = N_A \nu \varepsilon = N_A \frac{m}{M} \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 200 = 8310 \text{ Дж}.$$

56. Отношение средней кинетической энергии вращательного движения к средней энергии молекулы с жесткой связью $\frac{\langle E_{вр} \rangle}{\langle E \rangle} = \frac{2}{5}$. Это имеет место для ...

водорода

водяного пара

гелия

метана (CH_4).

Решение

$$\varepsilon = \langle E \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}, \quad C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i + 2}{2} R.$$

Так как молекула с жесткой связью, то у нее нет колебательных степеней свободы. Тогда

$$\frac{\langle E_{вр} \rangle}{\langle E \rangle} = \frac{n_{вр} kT}{\frac{n_{пост} + n_{вр}}{2} kT} = \frac{n_{вр}}{n_{пост} + n_{вр}} = \frac{2}{5}$$

или

$$5n_{вр} = 2n_{пост} + 2n_{вр}.$$

Так как $n_{пост} = 3$ всегда, то

$$n_{вр} = \frac{2}{3} n_{пост} = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2.$$

Рассмотрим структуру и степени свободы следующих молекул:

гелий He – одноатомный (нет вращательных степеней)

водяной пар H_2O и метан CH_4 – трех и пятиатомные, жесткие нелинейные молекулы (3 вращательные степени)

молекулярный водород H_2 – двухатомная жесткая линейная молекула (2 вращательные степени), следовательно, это водород.

57. При комнатной температуре коэффициент Пуассона $\gamma = C_p/C_V$, где C_p и C_V – молярные теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно, равен $4/3$ для ...

водяного пара

водорода

азота

гелия.

Решение

По

определению

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{((i/2) + 1)R}{(i/2)R} = \frac{i + 2}{i}.$$

Тогда

$$\frac{i + 2}{i} = \frac{4}{3} \text{ или } i = 6.$$

Рассмотрим структуру и степени свободы следующих молекул:

водяной пар H_2O (трехатомная жесткая молекула) $i = 6$

водород H_2 (двухатомная жесткая молекула) $i = 5$

азот N_2 (двухатомная жесткая молекула) $i = 5$

гелий He (одноатомная молекула) $i = 3$.

Следовательно, речь идет о водяном паре.

58. Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре T зависит от их конфигурации и структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле и самой молекулы. При условии, что имеет место поступательное, вращательное движение молекулы как целого и колебательное движение атомов в молекуле, отношение средней кинетической энергии колебательного движения к полной кинетической энергии молекулы азота (N_2) равно ... $2/7$.

Решение

$$\varepsilon = \langle E \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}, \quad C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i + 2}{2} R.$$

Для двухатомных (N_2) упругих (т.е. с колебательными степенями свободы) молекул: $n_{\text{пост}} = 3$, $n_{\text{вр}} = 2$, $n_{\text{колеб}} = 1$. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\langle E_{\text{вр}} \rangle}{\langle E \rangle} &= \frac{2n_{\text{колеб}}}{2} kT / \left(\frac{n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}}{2} \right) kT = \frac{2n_{\text{колеб}}}{n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}} = \\ &= \frac{2}{3 + 2 + 2 \cdot 1} = \frac{2}{7}. \end{aligned}$$

Примечание. По условию задачи надо учесть колебательные степени свободы молекулярного азота. Видимо, речь идет об азоте при высоких температурах.

59. Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре T зависит от их структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле. Средняя кинетическая энергия молекул гелия не равна ... $3kT/2$.

$$kT/2$$

$$3kT/2$$

$$7kT/2$$

$$5kT/2.$$

Решение

$$\varepsilon = \langle E \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}, \quad C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_P = \frac{i+2}{2} R.$$

Гелий He – одноатомная молекула. Есть только поступательные степени свободы, т. е. $i = 3$. Тогда

$$\varepsilon = \langle E \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

60. При комнатной температуре отношение $\frac{C_P}{C_V}$ молярных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме равно $7/5$ для ...

кислорода

водяного пара

углекислого газа

гелия

Решение

По

определению

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{((i+2)/2)R}{(i/2)R} = \frac{i+2}{i}.$$

Тогда

$$\frac{i+2}{i} = \frac{7}{5} \text{ или } i = 5.$$

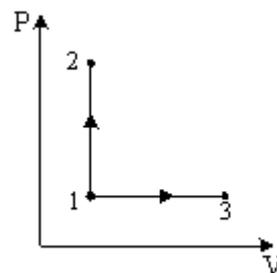
Рассмотрим структуру и степени свободы следующих молекул:

- водяной пар H_2O (трехатомная жесткая нелинейная молекула) $i = 6$
 - углекислый газ CO_2 (трехатомная жесткая нелинейная молекула) $i = 6$
 - гелий He (одноатомная молекула) $i = 3$
 - кислород O_2 (двухатомная жесткая линейная молекула) $i = 5$.
- Следовательно, речь идет о кислороде.

61. Молярные теплоемкости молекулярного водорода или любого двухатомного газа (при условии, что связь атомов в молекуле жесткая), гелия или любого одноатомного газа в процессах 1–2 и 1–3 равны C_1 и C_2 соответственно. Тогда C_1/C_2 составляет...

Решение

Так как процесс 1–2 является изохорическим ($C_1 = C_V$), а 1–3 изобарическим ($C_2 = C_P$), то



$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_V}{C_P} = \frac{1}{\gamma} = \frac{i}{i+2}.$$

Для двух атомных (линейных), жестких молекул $i = 3 + 2 + 0 = 5$ и

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{i}{i+2} = \frac{5}{5+2} = \frac{5}{7}.$$

Для одноатомных молекул $i = 3 + 0 + 0 = 3$ и

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{i}{i+2} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}.$$

Учебное издание

Фишбейн Лев Абрамович

**ПОДГОТОВКА К ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНУ
ПО ФИЗИКЕ В СФЕРЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
Молекулярная (статистическая) физика
и термодинамика**

Сборник задач
для студентов очной, заочной форм обучения
и дистанционного образования

Редактор *С. В. Пилюгина*

Подписано в печать 12.11.12. Формат 60x84/16.
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 3,2.
Тираж 130 экз. Заказ 276.

Издательство УрГУПС
620034, Екатеринбург, ул. Колмогорова, 66