

Федеральное агентство железнодорожного транспорта  
Уральский государственный университет путей сообщения  
Кафедра «Физика и химия»

**Л. А. Фишбейн**

**ПОДГОТОВКА К ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНУ  
ПО ФИЗИКЕ В СФЕРЕ  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
Электричество и магнетизм**

Екатеринбург  
Издательство УрГУПС  
2012

Федеральное агентство железнодорожного транспорта  
Уральский государственный университет путей сообщения  
Кафедра «Физика и химия»

**Л. А. Фишбейн**

**ПОДГОТОВКА К ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНУ  
ПО ФИЗИКЕ В СФЕРЕ  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
Электричество и магнетизм**

Сборник задач  
для студентов очной, заочной форм обучения  
и дистанционного образования

Екатеринбург  
Издательство УрГУПС  
2012

УДК 531  
Ф68

**Фишбейн, Л. А.**

Ф68 Подготовка к Интернет-экзамену по физике в сфере профессионального образования. Электричество и магнетизм : сб. задач / Л. А. Фишбейн. – Екатеринбург : УрГУПС, 2012. – 90, [2]с.

Пособие предназначено для самостоятельной подготовки студентов очной и заочной форм обучения к Интернет-экзамену по электричеству и магнетизму в сфере профессионального образования. Содержится теоретический материал и тестовые задания с решениями. Все тесты взяты с сайта [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru). Материал разбит на отдельные темы в соответствии с тематической структурой АПИМ (аттестационно-педагогические и измерительные материалы).

УДК 531

*Печатается по решению редакционно-издательского совета университета.*

*Автор:* Л. А. Фишбейн, доцент кафедры «Физика и химия»,  
канд. физ.-мат. наук, УрГУПС

*Рецензент:* В. К. Першин, зав. кафедрой «Физика и химия»,  
д-р физ.-мат. наук, УрГУПС

© Уральский государственный университет  
путей сообщений (УрГУПС), 2012

## Оглавление

Требования ГОС к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы .....	4
Тематическая структура АПИМ.....	4
Кодификатор .....	4
Электростатическое поле в вакууме.....	8
Тесты с решениями.....	14
Законы постоянного тока.....	28
Тесты с решениями.....	32
Магнитостатика.....	42
Тесты с решениями.....	46
Явление электромагнитной индукции.....	56
Тесты с решениями.....	58
Электрические и магнитные свойства вещества.....	68
Тесты с решениями.....	75
Уравнения Максвелла.....	83
Тесты с решениями.....	86

## Требования ГОС к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы

Индекс	Дисциплина и ее основные разделы	Всего часов
ЕН.Ф	Федеральный компонент	
ЕН.Ф.03	Физика: электричество и магнетизм: постоянные и переменные электрические поля в вакууме и в веществе, теория Максвелла	400

### Тематическая структура АПИМ

№ ДЕ	Наименование дидактической единицы ГОС	№ задания	Тема задания
3	Электричество и магнетизм	11	Электростатическое поле в вакууме
		12	Законы постоянного тока
		13	Магнитостатика
		14	Явление электромагнитной индукции
		15	Электрические и магнитные свойства вещества
		16	Уравнения Максвелла

### Кодификатор

Кодификатор элементов содержания дисциплины «Физика» цикла общих математических и естественнонаучных дисциплин высшего профессионального образования

В кодификаторе зафиксирована преемственность между содержанием дисциплины «Физика» в государственных образовательных стандартах (ГОС) высшего профессионального образования (ВПО) и аттестационных педагогических измерительных материалах (АПИМ), используемых в рамках Интернет-экзамена в сфере профессионального образования. Кодификатор отражает содержание дисциплины в ГОС и содержит контролируемое содержание дисциплины, перечень контролируемых учебных элементов. Преемственность дидактических единиц, зафиксированных в кодификаторе, положена в основу содержания АПИМ единого Федерального банка заданий, используемого для проведения Интернет-экзамена в сфере профессионального образования.

**Контролируемое содержание дисциплины** включает код элемента содержания и наименование элемента содержания (темы задания). *Первый разряд в записи кода элемента содержания* указывает на номер группы заданий, связанный с объемом часов в ГОС, выделяемых на изучение дисциплины. В дисциплине «Физика» предложено выделить три группы (1 группа – от 100 до 279 часов, 2 группа – от 280 до 699 часов, 3 группа – от 700 до 1000 часов). *Второй*

разряд в записи кода элемента содержания указывает на номер дидактической единицы (раздела) дисциплины, а *третий разряд в записи кода элемента содержания* идентифицирует номер темы задания. Все коды элементов содержания и их наименование распределяются в предложенном порядке для каждой дидактической единицы.

**Перечень контролируемых учебных элементов** отражает требования к знаниям, которые студент должен приобрести в результате освоения дисциплины или отдельных ее разделов. При этом уровень сложности заданий должен быть БАЗОВЫМ, то есть, все предлагаемые задания должны контролировать обязательную подготовку студентов на уровне требований, задаваемом государственными образовательными стандартами.

Ниже приведен кодификатор для 2 группы заданий (от 280 до 699 часов).

Контролируемое содержание дисциплины		Перечень контролируемых учебных элементов Студент должен...
Код элемента содержания	Элементы содержания дисциплины (тема)	
<b>3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ</b>		
2.3.1	Электростатическое поле в вакууме	<p><b>знать:</b> поток вектора <math>\vec{E}</math> напряженности электростатического поля через поверхность; теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме; характер электростатического поля точечного заряда, диполя, равномерно заряженной сферической поверхности, равномерно заряженной бесконечной плоскости; связь напряженности поля и потенциал; дипольный электрический момент; момент сил, действующий на диполь в электростатическом поле; работа по перемещению заряда в электростатическом поле; энергия и объемная плотность энергии электростатического поля</p> <p><b>уметь:</b> анализировать представленную информацию из графиков и диаграмм; применять теорему Гаусса в условиях конкретной задачи; находить направление напряженности электростатического поля точечного заряда, диполя, заряженной сферы, бесконечной плоскости в произвольной точке; используя связь напряженности и потенциала, находить направление градиента потенциал; находить направление момента сил, действующего на диполь в электростатическом поле; определять знак и величину работы по перемещению заряда в электростатическом поле; определять характер</p>

Контролируемое содержание дисциплины		Перечень контролируемых учебных элементов Студент должен...
Код элемента содержания	Элементы содержания дисциплины (тема)	
		изменения энергии (объемной плотности энергии) электростатического поля при изменении параметров
2.3.2	Законы постоянного тока	<b>знать:</b> плотность и сила тока; действие электрического тока; закон Ома для участка цепи, закон Ома для полной цепи. Закон Ома в дифференциальной форме. Закон Джоуля-Ленца. ЭДС и работа источника тока. Мощность во внешней цепи. Правила Кирхгофа <b>уметь:</b> находить работу, мощность тока из графиков характеристик электрических цепей; по графику вольтамперной характеристики оценивать величину сопротивления
2.3.3.	Магнитостатика	<b>знать:</b> характер магнитного поля проводников с током; принцип суперпозиции полей; закон Био-Савара-Лапласа; сила Ампера, сила Лоренца; магнитный поток; магнитный дипольный момент; момент сил, действующий на диполь в магнитном поле; работу сил поля по перемещению проводника с током. <b>уметь:</b> находить направление вектора магнитной индукции поля проводника с током в произвольной точке; применять принцип суперпозиции в условиях конкретной задачи; определять величину и направление сил Ампера и Лоренца; определять величину и направление момента сил, действующего на диполь в магнитном поле; определять величину работы сил поля по перемещению проводника с током; определять размерности физических величина на основе законов магнитостатики
2.3.4.	Явление электромагнитной индукции	<b>знать:</b> величину магнитного потока через проводящий контур; характер изменения величины магнитной индукции от расстояния до бесконечно длинного проводника с током; закон электромагнитной индукции и самоиндукции, правило Ленца <b>уметь:</b> анализировать информацию, представ-

Контролируемое содержание дисциплины		Перечень контролируемых учебных элементов Студент должен...
Код элемента содержания	Элементы содержания дисциплины (тема)	
		ленную в виде графиков; определять знак и величину изменения магнитного потока, пронизывающего проводящий контур; определять условия возникновения ЭДС индукции и самоиндукции, направление индукционного тока; определять размерности физических величина на основе законов электромагнетизма
2.3.5.	Электрические и магнитные свойства вещества	<p><b>знать:</b> классификация диэлектриков (полярные, неполярные диэлектрики; сегнетоэлектрики); электрические свойства атомов и молекул диэлектриков; поведение образца диэлектрика во внешнем электрическом поле; зависимость диэлектрической восприимчивости полярных и неполярных диэлектриков от температуры; особенности свойств сегнетоэлектриков; классификация магнетиков (диа-, пара- и ферромагнетики); магнитные свойства атомов и молекул магнетиков; поведение образца магнетика во внешнем магнитном поле; зависимость магнитной проницаемости (восприимчивости) диа- и парамагнетиков от температуры; особенности свойств ферромагнетиков</p> <p><b>уметь:</b> анализировать информацию, представленную в графической форме</p>
2.3.6.	Уравнения Максвелла	<p><b>знать:</b> общий вид системы уравнений Максвелла для электромагнитного поля; физический смысл каждого уравнения системы</p> <p><b>уметь:</b> анализировать информацию, представленную в виде системы уравнений Максвелла, записанной для частного случая</p>

## ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

Электрические поля создаются зарядами (заряженными телами) и действуют только на заряды (заряженные тела).

### Закон Кулона

(между двумя точечными неподвижными зарядами  $q_1$  и  $q_2$  в вакууме)

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^3} \vec{r}_{12}, \quad F = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12},$$

где  $\vec{r}_{12}$  – радиус-вектор, соединяющий заряды  $q_1$  и  $q_2$ ,  $\vec{F}_{12}$  – сила, действующая со стороны 1 заряда на 2. Одноименные заряды **отталкиваются**, разноименные – **притягиваются**.

### Определение вектора напряженности $\vec{E}$ электростатического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \text{ [В/м]}, \quad \vec{F} = q\vec{E} \text{ [Н]},$$
$$\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{E} \text{ при } q > 0, \quad \vec{F} \uparrow\downarrow \vec{E} \text{ при } q < 0,$$

где  $\vec{F}$  – вектор силы, действующий на точечный заряд  $q$  [Кл] в электрическом поле,  $\vec{E}$  – вектор напряженности электрического поля. В пространстве и времени  $\vec{F}$  и  $\vec{E}$  могут измениться скачком.

### Определение потенциала $\phi$ электростатического поля

$$\phi = \frac{W}{q} \text{ [В]}, \quad W = q\phi \text{ [Дж]},$$

где  $W$  – потенциальная энергия неподвижного точечного заряда  $q$  в электрическом поле,  $\phi$  – потенциал электрического поля. Знаки  $W$  и  $\phi$  одинаковы при  $q > 0$ , противоположны при  $q < 0$ . В пространстве и времени  $W$  и  $\phi$  не могут измениться скачком.

### Принцип суперпозиции

(для дискретного и непрерывного распределения зарядов)

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \vec{E}_i(\vec{r}), \quad \vec{E}(\vec{r}) = \int d\vec{E},$$
$$\vec{F}(\vec{r}) = \sum_i \vec{F}_i(\vec{r}), \quad \vec{F}(\vec{r}) = \int d\vec{F},$$
$$\phi(\vec{r}) = \sum_i \phi_i(\vec{r}), \quad \phi(\vec{r}) = \int d\phi,$$
$$W(\vec{r}) = \sum_i W_i(\vec{r}), \quad W(\vec{r}) = \int dW.$$

**Связь**  $\varphi(x, y, z)$  и  $\vec{E}(x, y, z)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right), \text{ т. е. } E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \\ \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l}, \quad \vec{E} \uparrow \downarrow \text{grad}\varphi. \end{array} \right.$$

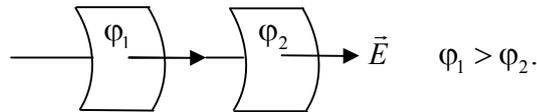
**Линии вектора напряженности  $\vec{E}$ :**

- разомкнуты, имеют направление от + к – (или от + на  $\infty$ , из  $\infty$  на –);
- чем выше плотность линий, тем больше модуль (величина)  $\vec{E}$ ;
- вектора  $\vec{E}$  касательны к линиям в любой точке и совпадают с ними по направлению.

**Линии потенциала  $\varphi$  (эквипотенциальные):**

- линии (поверхности) равного потенциала;
- замкнутые. Рисуется для фиксированной разницы значений потенциала;
- чем больше плотность линий, тем больше модуль (величина)  $\vec{E}$ .

Следствие: вектор  $\vec{E}$  всегда  $\perp$  эквипотенциальной поверхности и направлен в сторону уменьшения  $\varphi$ .

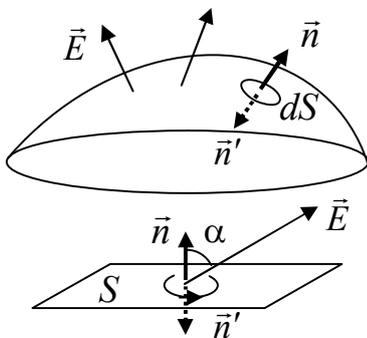


**Работа  $A$  сил электрического поля по перемещению заряда  $q$**

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E}d\vec{l}, \quad A_{12} = W_1 - W_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Зависит только от потенциала поля начальной и конечной точки движения заряда, **не зависит от траектории**, т. е. электростатическое поле **потенциально**.

**Поток  $\Phi$  вектора  $\vec{E}$  через произвольную замкнутую поверхность, площадью  $S$ .  $\vec{n}$  – нормаль ( $n=1$ ) к поверхности.**



$$\Phi = \iint_S \vec{E}d\vec{S} = \iint_S \vec{E}\vec{n}dS = \iint_S E \cos \alpha dS.$$

Если поверхность – плоскость и электрическое поле однородно ( $\vec{E} = \text{const}$ ), то

$$\Phi = ES \cos \alpha.$$

При выборе нормали к поверхности по правилу правого винта выбирается положительное направление ее обхода.

## Теорема Гаусса

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0} = \frac{\int_V \rho dV}{\epsilon_0}.$$

Поток вектора  $\vec{E}$  через произвольную замкнутую поверхность, площадью  $S$ , охватывающую пространство объемом  $V$ , равен отношению заряда  $\sum_i q_i$  (или  $\int_V \rho dV$ ,  $\rho$  – объемная плотность заряда), находящегося внутри объема  $V$  и электрической постоянной  $\epsilon_0$ .

Физический смысл: **источником электрического поля являются заряды.**

## Теорема о циркуляции

$$\oint_\gamma \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

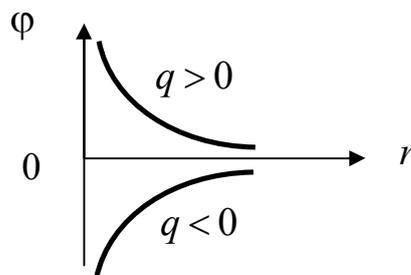
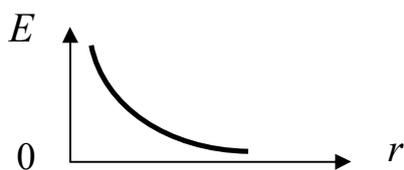
Циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного контура равна нулю.

Так как  $\oint_\gamma \vec{E} d\vec{l} = 0$ , то электрическое поле, в отличие от магнитного, потенциальное.

Вектор напряженности  $\vec{E}$  и потенциал поля  $\varphi$  **точечного заряда**  $q$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}, \quad E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad \text{если } \varphi(\infty) = 0.$$



$F = \frac{|qQ|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$  – модуль силы, действующей на точечный заряд  $Q$  в поле точечного

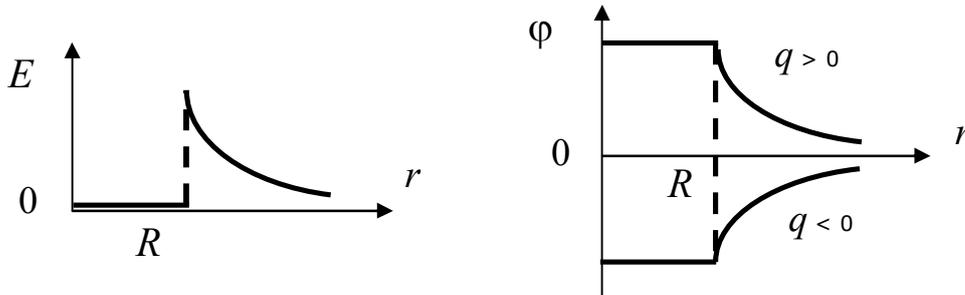
заряда  $q$ ,  $W = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r}$  – потенциальная энергия точечного заряда  $Q$  в поле точечного заряда  $q$ .

## Проводник в электростатическом поле

**Заряды** в равновесии всегда **расположены на внешней поверхности** любого полого или сплошного проводника. При этом **внутри проводника**  $\vec{E} = 0$ , на поверхности  $\vec{E} \neq 0$  и направлено перпендикулярно поверхности и **на всем проводнике**  $\varphi = \text{const}$ .

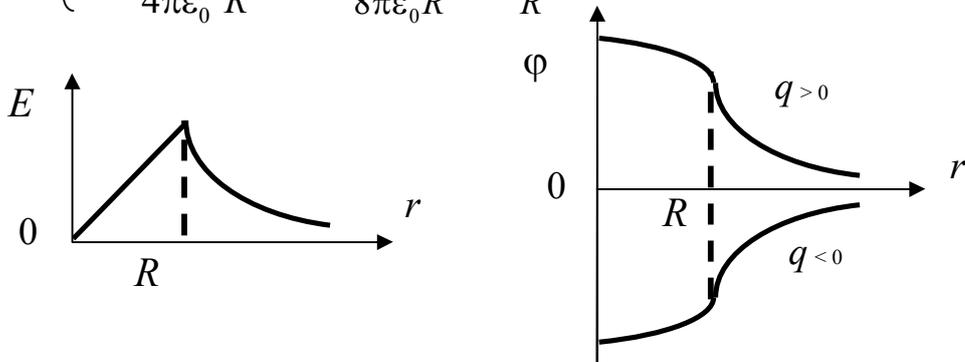
Вектор напряженности  $\vec{E}$  и потенциал  $\Phi$  **проводящей сферы** (полого проводящего шара или сплошного проводящего шара) радиуса  $R$  с непрерывно распределенным зарядом  $q$

$$\begin{cases} \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}, & \Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (\Phi(\infty) = 0) & \text{при } r \geq R, \\ \vec{E} = 0, & \Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \equiv \text{const} & \text{при } r < R. \end{cases}$$



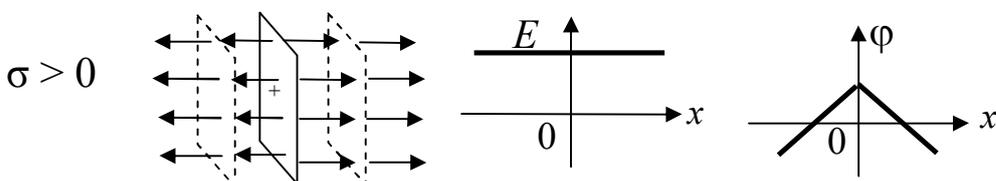
Вектор напряженности  $\vec{E}$  и потенциал  $\Phi$  **непроводящего заряженного шара** (диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 1$ ) радиуса  $R$  с непрерывно распределенным зарядом  $q$

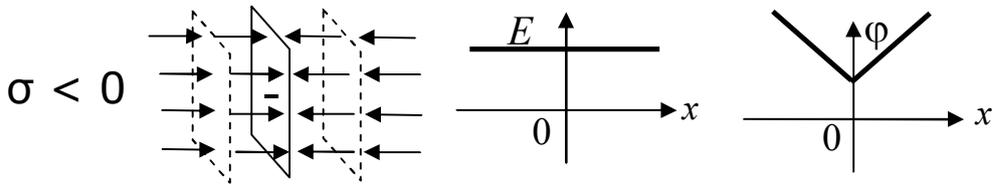
$$\begin{cases} \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}, & \Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (\Phi(\infty) = 0) & \text{при } r \geq R, \\ \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{R^3}, & \Phi = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R} \left( \frac{3}{2} - \frac{r^2}{R^2} \right) & \text{при } r < R. \end{cases}$$



Вектор напряженности  $\vec{E}$  и потенциал  $\Phi$  **равномерно заряженной бесконечной плоскости** с поверхностной плотностью заряда  $\sigma = Q/S$

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} = \text{const}, \quad \Phi = \text{const} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} |x|, \quad \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (|x_2| - |x_1|).$$



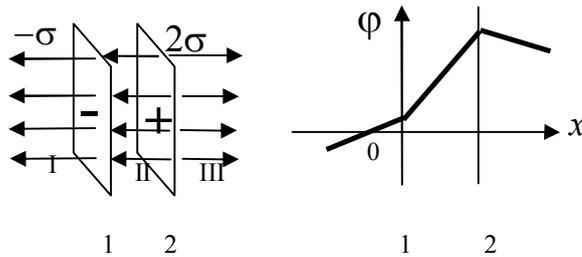


$Q$  – заряд плоскости,  $S$  – площадь плоскости.

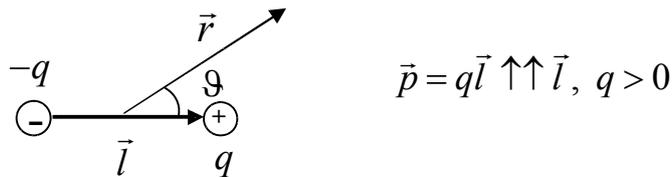
Вектор напряженности  $\vec{E}$  и потенциал  $\varphi$  двух заряженных противоположными по знаку зарядами бесконечных плоскостей с поверхностными плотностями зарядов  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$

$$E_1 = \frac{|\sigma_1|}{2\epsilon_0}, E_2 = \frac{|\sigma_2|}{2\epsilon_0}, E_{\text{III}} = \frac{|\sigma_1 + \sigma_2|}{2\epsilon_0}, E_{\text{II}} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2\epsilon_0}$$

$$\varphi_1 = \text{const} - \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}|x|, \varphi_2 = \text{const} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}|x+d|, \varphi = \text{const} - \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}|x| - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}|x+d|.$$



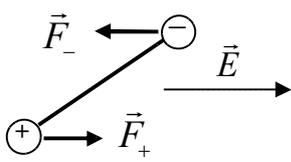
### Электрическое поле диполя



Для  $r \gg l$  
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{3(\vec{p}\vec{r})}{r^4} \frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{p}}{r^3} \right), E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \vartheta}, \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \vartheta}{r^2}.$$

Здесь  $\vec{p}$  – электрический (дипольный) момент диполя,  $q$  – положительный заряд диполя,  $\vec{l}$  – вектор, проведенный от отрицательному к положительному заряду диполя, модуль  $l$  равен расстоянию между зарядами,  $\vartheta$  – угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{p}$ .

## Диполь в электрическом поле



$\vec{F} = 0$  – сила, действующая на диполь в однородном электростатическом поле,  $\vec{F} \neq 0$  – сила, действующая на диполь в неоднородном электростатическом поле, направлена в сторону пространства с большим  $E$ .

**Момент сил**  $\vec{M}$ , действующий на диполь в однородном электростатическом поле  $\vec{E}$  (и в неоднородном, если диполь мал).

$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}].$$

**Потенциальная энергия**  $W$  диполя в однородном электростатическом поле  $\vec{E}$  (и в неоднородном, если диполь мал).

$$W = -\vec{p}\vec{E}.$$

В однородном поле диполь только **вращается**, в неоднородном – еще и **двигается поступательно** в область с бóльшим  $E$ .

**Равновесие** диполя в однородном электростатическом поле

**Устойчивое**  $\vec{M} = 0$ ,  $\vec{p} \uparrow\uparrow \vec{E}$ ,  $W = -pE$  (min).

**Неустойчивое**  $\vec{M} = 0$ ,  $\vec{p} \uparrow\downarrow \vec{E}$ ,  $W = pE$  (max).

**Энергия**  $W$  и **объемная плотность энергии**  $w$  электростатического поля

$$w = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 - \text{объемная плотность энергии.}$$

Поле однородно –  $W = wV$ . Поле неоднородно –  $W = \int_V w dV$ .

## Тесты с решениями

1. Сила взаимодействия двух отрицательных точечных зарядов, находящихся на расстоянии  $R$  друг от друга, равна  $F$ . Заряд одной из частиц увеличили по модулю в два раза. Чтобы сила взаимодействия  $F$  не изменилась, расстояние между зарядами надо ...

уменьшить в 2 раза,

оставить без изменения,

увеличить в  $\sqrt{2}$  раз,

уменьшить в  $\sqrt{2}$  раз.

увеличить в 2 раза,

### Решение

По определению

$$F = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi_0 R^2} \text{ и } \dot{F} = \frac{|\dot{q}_1 q_2|}{4\pi_0 \dot{R}^2}.$$

Так как

$$F = \dot{F}, \text{ то}$$

$$\frac{|q_1|}{R^2} = \frac{|\dot{q}_1|}{\dot{R}^2}.$$

Тогда

$$\dot{R} = \sqrt{\frac{|\dot{q}_1|}{|q_1|}} R = \sqrt{\frac{2|q_1|}{|q_1|}} R = \sqrt{2} R.$$

2. В некоторой точке поля, созданного точечным зарядом, потенциал равен 4 В. Величину точечного заряда уменьшили в 2 раза, при этом потенциал в данной точке стал равным... 2 В.

### Решение

По определению

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Поэтому при уменьшении величины заряда в 2 раза потенциал поле в любой точке тоже уменьшится в 2 раза. Таким образом, правильный ответ: 2 В.

3. Электростатическое поле создано двумя точечными зарядами:  $-q$  и  $+4q$ . Отношение потенциала поля, созданного вторым зарядом в точке А, к потенциалу результирующего поля в этой точке равно ... 4.



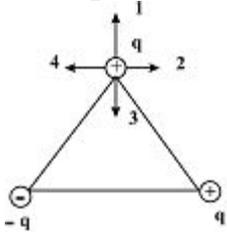
### Решение

По определению  $\varphi = Q/4\pi\epsilon_0 r$ , где  $Q$  – заряд источника поля,  $r$  – расстояние от источника до исследуемой точки пространства и  $\varphi_+ = 4q/4\pi\epsilon_0 3a$ ,  $\varphi_- = -q/4\pi\epsilon_0 a$ . Из принципа суперпозиции получаем  $\varphi_\Sigma = \varphi_+ + \varphi_-$ .

$$\frac{\varphi_+}{\varphi_+ + \varphi_-} = \frac{4q/3a}{\left(\frac{4q}{3a}\right) + \left(-\frac{q}{a}\right)} = \frac{4q}{4q - 3q} = 4.$$

(Коэффициенты  $1/4\pi\epsilon_0$  при делении сокращаются.)

4. В вершинах равностороннего треугольника находятся одинаковые по модулю заряды. Направление силы, действующей на верхний заряд, и направление напряженности поля в месте нахождения этого заряда обозначены векторами: ...



**Сила – вектор 4, напряженность – вектор 4,**

Сила – вектор 4, напряженность – вектор 2,

Сила – вектор 1, напряженность – вектор 3,

Сила – вектор 3, напряженность – вектор 1,

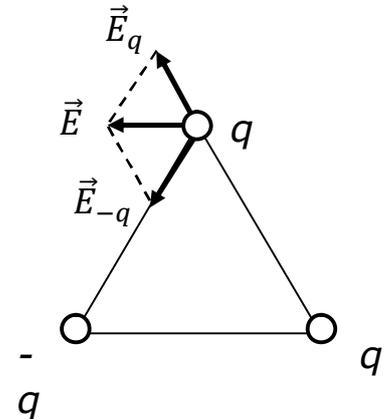
Сила – вектор 2, напряженность – вектор 2.

### Решение

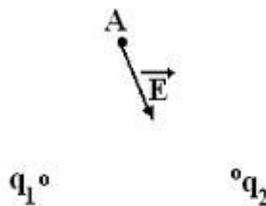
Так как вектор напряженности электростатического поля направлен от положительного заряда или к отрицательному, то результирующий вектор

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{-q}$$

направлен справа налево, т. е. по направлению 4. Так как  $\vec{F} = q\vec{E}$  и  $q > 0$ , то  $\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E}$  – тоже по 4.



5. На рисунке показано направление вектора  $\vec{E}$  напряженности результирующего электрического поля точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$  в точке А.



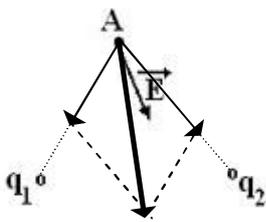
При этом для зарядов  $q_1$  и  $q_2$  справедливо соотношение...

$$q_1 > 0, q_2 > 0; \quad q_1 > 0, q_2 < 0; \quad q_1 < 0, q_2 < 0; \quad q_1 < 0, q_2 > 0.$$

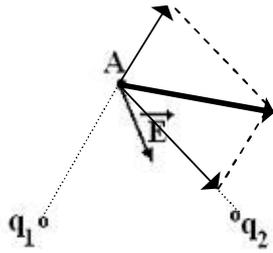
### Решение

Вектор  $\vec{E}$  направлен в т. А от положительного или к отрицательному зарядам.

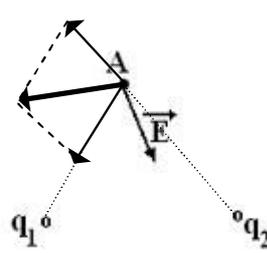
$$q_1 < 0, q_2 < 0$$



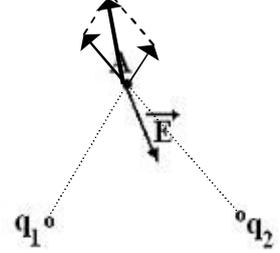
$$q_1 > 0, q_2 < 0$$



$$q_1 < 0, q_2 > 0$$

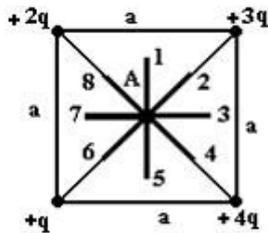


$$q_1 > 0, q_2 > 0$$



Правильный рисунок – 1, когда  $q_1 < 0, q_2 < 0$ .

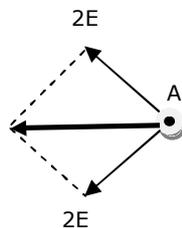
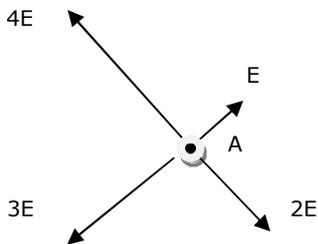
6. Электростатическое поле создано системой точечных зарядов. Вектор напряженности  $\vec{E}$  поля в точке А ориентирован в направлении ...7.



**Решение**

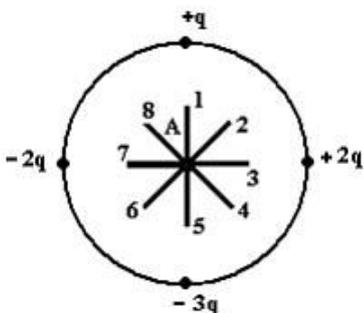
Согласно принципу суперпозиции полей напряженность в точке А равна  $\vec{E}_{рез} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$ , где  $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \vec{E}_4$  – векторы напряженности полей, создаваемых точечными зарядами.

Так как расстояния от зарядов до точки А одинаковы, то модули векторов напряженности пропорциональны величинам (положительных) зарядов. Все вектора напряженности в точке А направлены в сторону от положительных зарядов. Тогда имеем рисунок векторов напряженности  $\vec{E}$ .



Складываем предварительно попарно вектора, направленные вдоль двух прямых и далее строим результирующий вектор (правый рисунок). Получаем, что вектор напряженности  $\vec{E}$  поля в точке А ориентирован в направлении 7.

7. Электростатическое поле создано системой точечных зарядов. Вектор напряженности  $\vec{E}$  поля в точке А ориентирован в направлении ...6.

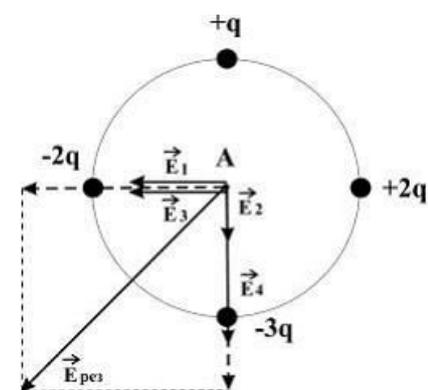


**Решение**

По

определению

$$E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



Согласно принципу суперпозиции полей напряженность в точке А равна:  $\vec{E}_{рез} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$ , где  $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \vec{E}_4$  – векторы напряженности полей, создаваемых точечными зарядами  $-2q, +q, +2q$ , и  $-3q$  в рассматриваемой точке соответственно.

На рисунке показаны направления этих векторов в точке А.

$\vec{E}_{рез1} = \vec{E}_1 + \vec{E}_3$  направлена влево от точки А.

$\vec{E}_{рез2} = \vec{E}_2 + \vec{E}_4$  вниз от точки А. По правилу параллелограмма результирующий вектор

$$\vec{E}_{рез} = \vec{E}_{рез1} + \vec{E}_{рез2}, E_{рез1} = E_{рез2}$$

может быть направлен только по диагонали квадрата справа налево сверху вниз от точки А, т. е. в направлении 6.

### 8. Электростатическое поле создано системой точечных зарядов $-q, +q$ и $-q$ .

Градиент потенциала поля в точке А ориентирован в направлении ...2.

**Решение**

По определению  $\text{grad}\phi = -\vec{E}$ . Направление вектора  $\vec{E}$  – от положительного заряда, к отрицательному заряду и  $E = |q|/4\pi\epsilon_0 r^2$ .

Из теоремы Пифагора следует, что диагональ квадрата со стороной  $a$  равна  $a\sqrt{2}$ .

Напряженности поля в т. А от зарядов  $-q$  и  $-q$  направлены по 7 и 5 и равны по модулю  $E_{-q} = q/4\pi\epsilon_0 a^2$ . Их равнодействующая, построенная по правилу параллелограмма (треугольника), направлена по 6 и, по теореме Пифагора, равна

$$E_- = \sqrt{E_{-q}^2 + E_{-q}^2} = \sqrt{\frac{2q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 a^4}} = \frac{q\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 a^2}.$$

Напряженность поля в т. А от заряда  $+q$  направлена по 2 и по модулю равна

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (a\sqrt{2})^2} = \frac{q}{2 \cdot 4\pi\epsilon_0 a^2}.$$

Результирующая напряженность поля Кулона от системы трех зарядов в точке А

$$\vec{E}_{рез} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-.$$

Так как векторы направлены вдоль одной прямой, то результирующий вектор направлен в стороны большего, по модулю, вектора, т. е. по направлению 6, так как  $\sqrt{2} > 1/2$ . Следовательно,  $\text{grad}\phi = -\vec{E}$  направлен по 2.

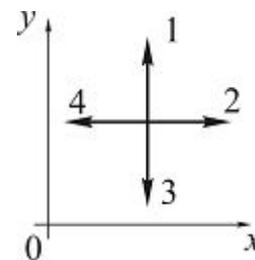
9. В некоторой области пространства создано электростатическое поле, потенциал которого описывается функцией  $\varphi = 3x^2$ . Вектор напряженности электрического поля в точке пространства, показанной на рисунке, будет иметь направление.....4.

**Решение**

По определению

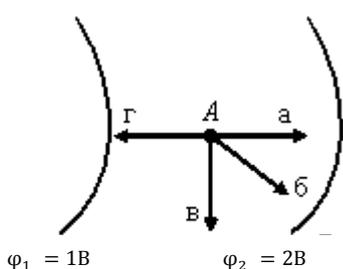
$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \text{ т. е. } E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -6x, \quad E_y = E_z = 0.$$



Так как для положительных  $x$  (см. рисунок)  $E_x < 0$ , то вектор напряженности направлен против оси  $X$ , т. е. по направлению 4.

10. Вектор напряженности электростатического поля в точке А между эквипотенциальными поверхностями  $\varphi_1 = 1\text{В}$  и  $\varphi_2 = 2\text{В}$  имеет направление .. 2.

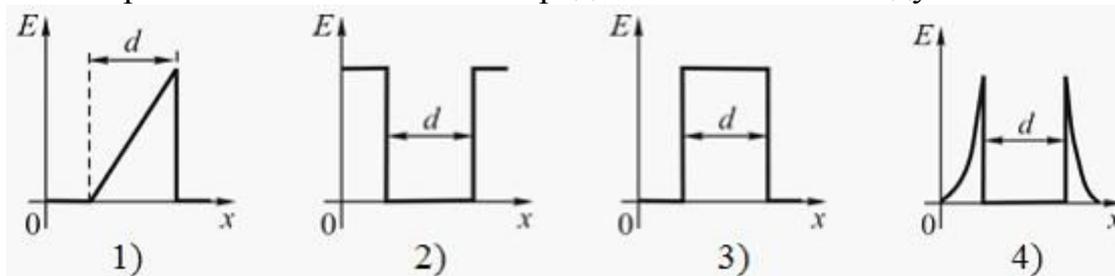


a, б, в, г.

**Решение**

Так как вектор  $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ , то вектор  $\vec{E}$  всегда направлен в сторону уменьшения потенциала  $\varphi$  перпендикулярно его эквипотенциальным поверхностям, т. е. по направлению г.

11. Электростатическое поле образовано двумя параллельными бесконечными плоскостями, заряженными разноименными зарядами с одинаковой по величине поверхностной плотностью заряда. Расстояние между плоскостями равно  $d$ .

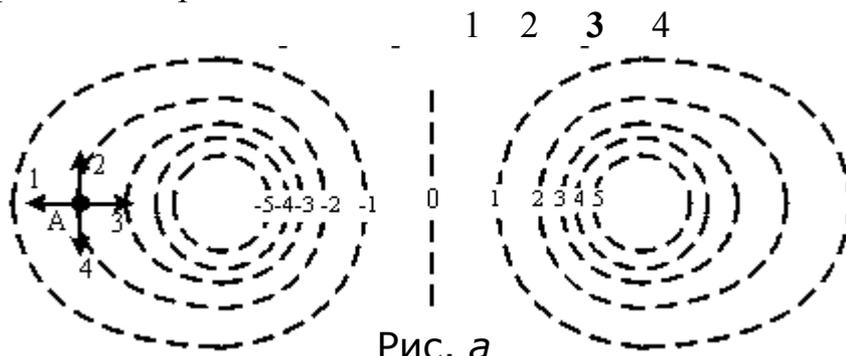


Распределение напряженности  $E$  такого поля вдоль оси  $x$ , перпендикулярной плоскостям, правильно показано на рисунке ...3.

**Решение**

Так как разноименные заряды одинаковы по величине, то электростатическое поле  $E$  сосредоточено только между плоскостями и является однородным, т. е. между плоскостями напряженность поля постоянна и не зависит от  $x$ , а вне – равна нулю. Правильный график  $E(x)$  на рисунке 3.

12. Эквипотенциальные линии системы зарядов и значения потенциалов на них показаны на рис. а. Вектор напряженности электрического поля в точке А ориентирован в направлении

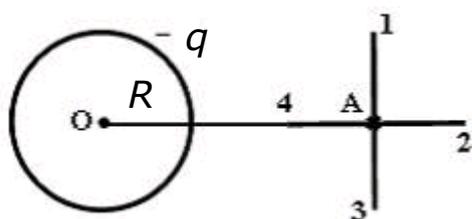


**Решение**

Так как вектор  $\vec{E}$  направлен в сторону уменьшения  $\phi$ , то  $\vec{E}$  в точке А направлен по 3. ( $-2 > -3 > -4 > -5$ ).

13. Поле создано равномерно заряженной сферической поверхностью с зарядом  $-q$ . Укажите направление вектора градиента потенциала в точке А.

- 1 – 1      2 – 2      3 – 3      4 – 4

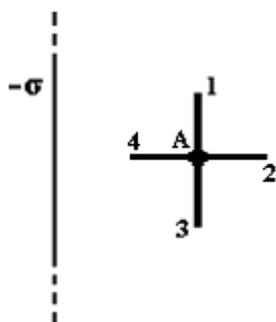


**Решение**

Так как вектор  $\text{grad}\phi = -\vec{E}$ , а поле отрицательного заряда направлено к заряду, т. е. по направлению 4 в точке А, то вектор градиента в этой точке направлен по 2.

14. Поле создано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда  $-\sigma$ . Укажите направление вектора градиента потенциала в точке А.

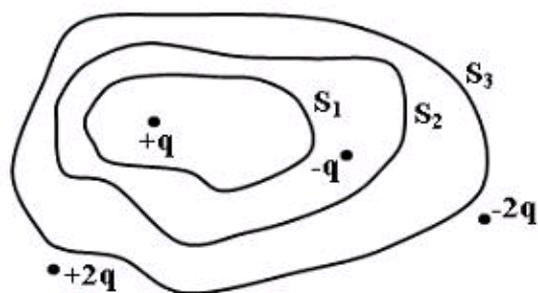
- 1 – 1      2 – 2      3 – 3      4 – 4



**Решение**

Так как вектор  $\text{grad}\phi = -\vec{E}$ , а поле отрицательного заряда направлено к заряду, т. е. по направлению 4 в точке А, то вектор градиента в этой точке направлен по 2.

15. Система точечных зарядов в вакууме и замкнутые поверхности  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  даны на рисунке. Поток вектора напряженности электрического поля равен нулю через поверхности

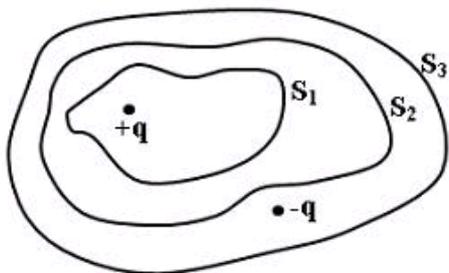


1 –  $S_1$       2 –  $S_2$       3 –  $S_3$

### Решение

По теореме Гаусса поток вектора напряженности электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность равен отношению суммарного заряда охватываемого поверхностью и электрической постоянной. Таким образом, поток равен нулю, если суммарный заряд равен нулю. Правильный ответ 2 и 3.

16. Система точечных зарядов в вакууме и замкнутые поверхности  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  даны на рисунке. Поток вектора напряженности электрического поля отличен от нуля через поверхности



1 –  $S_1$       2 –  $S_2$       3 –  $S_3$

### Решение

По теореме Гаусса поток вектора напряженности электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность равен отношению суммарного заряда охватываемого поверхностью и электрической постоянной. Таким образом, поток не равен нулю, если суммарный заряд не равен нулю. Правильный ответ 1 и 2.

17. Точечный заряд  $+q$  находится в центре сферической поверхности. Если уменьшить радиус сферической поверхности, то поток вектора напряженности электрического поля через поверхность сферы

1 – уменьшится,      2 – увеличится,      3 – не изменится.

### Решение

По теореме Гаусса поток вектора напряженности электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность равен отношению суммарного заряда охватываемого поверхностью и электрической постоянной. Следовательно, поток не зависит от формы и размеров поверхности, если не меняется заряд внутри ее. Правильный ответ 3 – не изменится.

**18.** Точечный заряд  $+q$  находится в центре сферической поверхности. Если заряд сместить из центра сферы, оставляя его внутри нее, то поток вектора напряженности электрического поля через поверхность сферы

**1 – не изменится,      2 – увеличится,      3 – уменьшится.**

### **Решение**

По теореме Гаусса поток вектора напряженности электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность равен отношению суммарного заряда охватываемого поверхностью и электрической постоянной. Следовательно, поток не зависит положения заряда внутри поверхности. Правильный ответ 1 – не изменится.

**19.** Точечный заряд  $+q$  находится в центре сферической поверхности. Если добавить заряд  $-q$  внутрь сферы, то поток вектора напряженности электрического поля через поверхность сферы

**1 – уменьшится,      2 – увеличится,      3 – не изменится.**

### **Решение**

По теореме Гаусса поток вектора напряженности электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность равен отношению суммарного заряда охватываемого поверхностью и электрической постоянной. Заряд (и поток) был положительный, а после добавления отрицательного заряда стал нулевой. Правильный ответ 1 – уменьшится.

**20.** Относительно статических электрических полей справедливо утверждение:

**1 – электростатическое поле действует как на электрические, так и на магнитные заряды,**

**2 – электростатическое поле является потенциальным,**

**3 – поток вектора напряженности электростатического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность всегда равен нулю.**

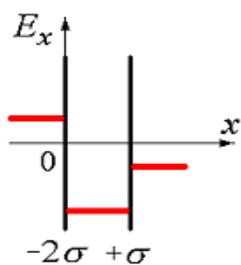
### **Решение**

Электростатическое поле не действует на магнитные заряды, которых нет. Первое утверждение не верно.

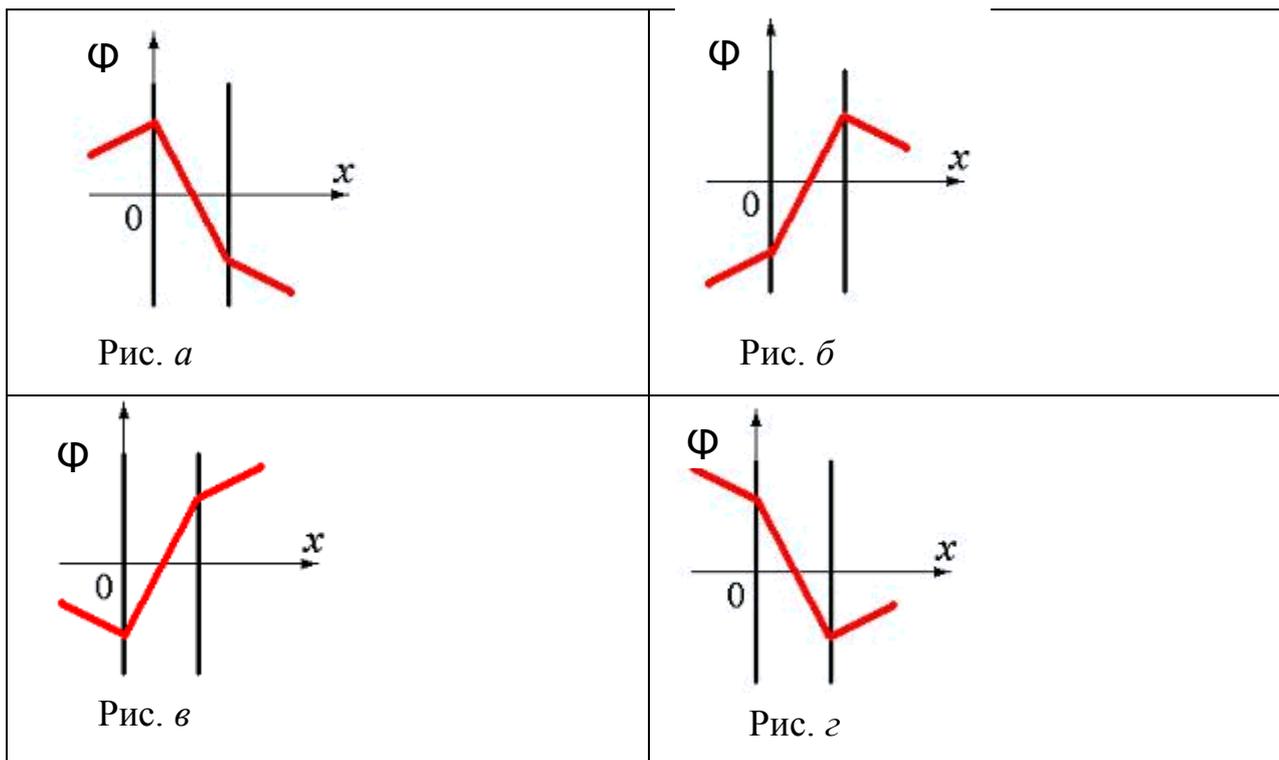
Электростатическое поле является потенциальным. Второе – верно.

Поток вектора напряженности электростатического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность равен отношению суммарного заряда охватываемого поверхностью и электрической постоянной, а не «всегда равен нулю». Третье утверждение не верно.

21. Электрическое поле создано двумя параллельными плоскостями, заряженными с поверхностными плотностями  $-2\sigma$  и  $+\sigma$ . Нарисунке показана качественная зависимость проекции напряженности  $E_x$  от координаты  $x$  вне пластин и между пластинами. Правильно отражает характер изменения потенциала  $\phi$  этого поля график

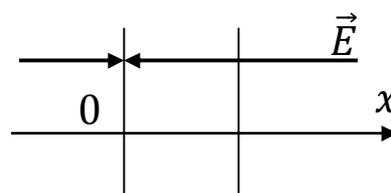


на рис. а на рис. б на рис. в на рис. г



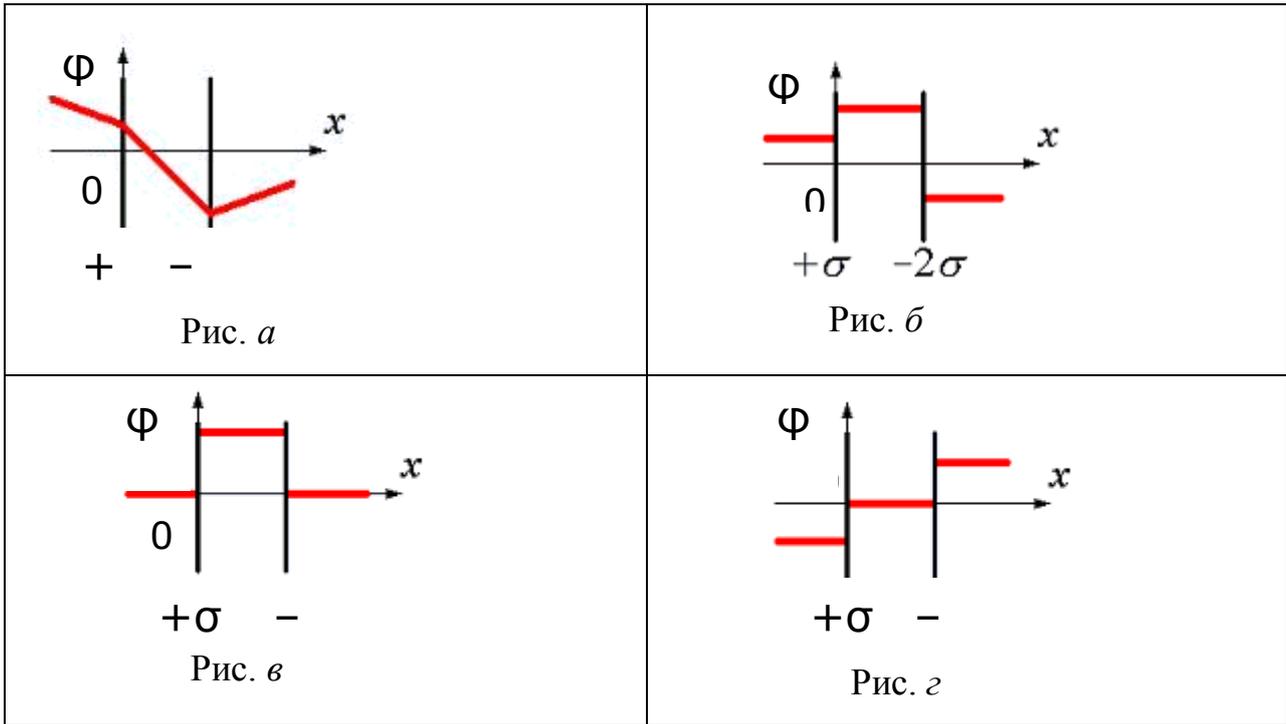
### Решение

Там, где  $E_x$  положительно  $\vec{E}$  направлено по оси  $x$ , а там где отрицательно – против. Так как вектор  $\vec{E}$  направлен в сторону уменьшения  $\phi$ , то слева направо до первой плоскости  $\phi$  уменьшается, а далее слева направо – возрастает. Следовательно, правильный – рис. в.



22. Электрическое поле создано двумя параллельными плоскостями, заряженными с поверхностными плотностями  $+\sigma$  и  $-2\sigma$ . Качественная зависимость потенциала поля  $\phi$  от координаты  $x$  вне пластин и между пластинами правильно показана на графике

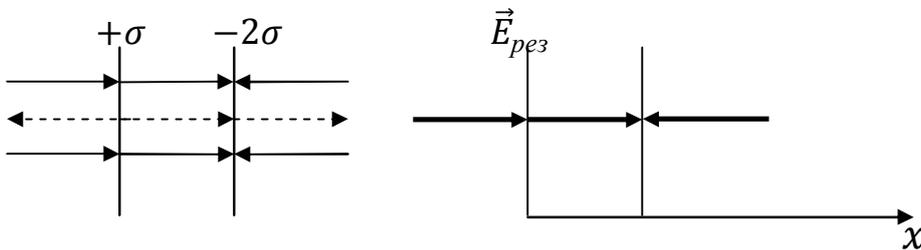
рис. а, рис. б, рис. в, рис. г.



**Решение**

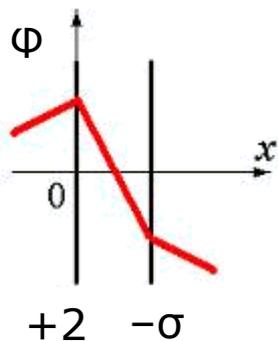
**Первый способ.** Потенциал не может изменяться скачком. Таким образом, правильное решение представлено на рис. а.

**Второй способ.** Определяем направление вектора  $\vec{E}$  во всех областях пространства. Так как поле каждой плоскости однородно и вектора  $\vec{E}$  направлены вдоль одной прямой, то результирующий вектор  $\vec{E}_{рез}$  направлен вдоль направления большего по модулю вектора, т. е. вектора поля отрицательного заряда (сплошная линия).

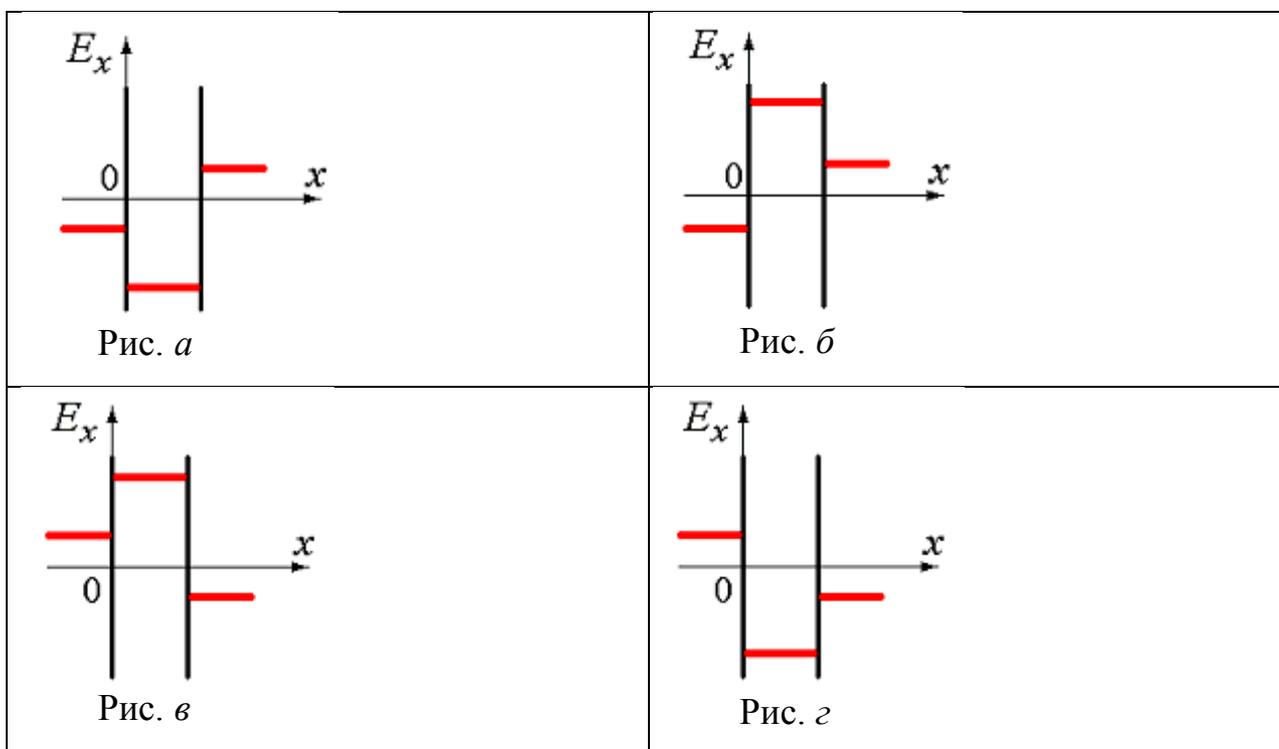


Так как вектор  $\vec{E}$  направлен в сторону уменьшения φ, то слева направо до второй плоскости φ уменьшается, а далее слева направо – возрастает. Следовательно, правильный – рис. а.

23. Электрическое поле создано двумя параллельными плоскостями, заряженными с поверхностными плотностями  $-2\sigma$  и  $+\sigma$ . На рисунке дана зависимость изменения потенциала  $\varphi$  этого поля от координаты  $x$  вне пластин и между пластинами. Правильно отражает качественную зависимость проекции напряженности поля  $E_x$  на ось  $x$  график



на рис. а, на рис. б, на рис. в, на рис. г.

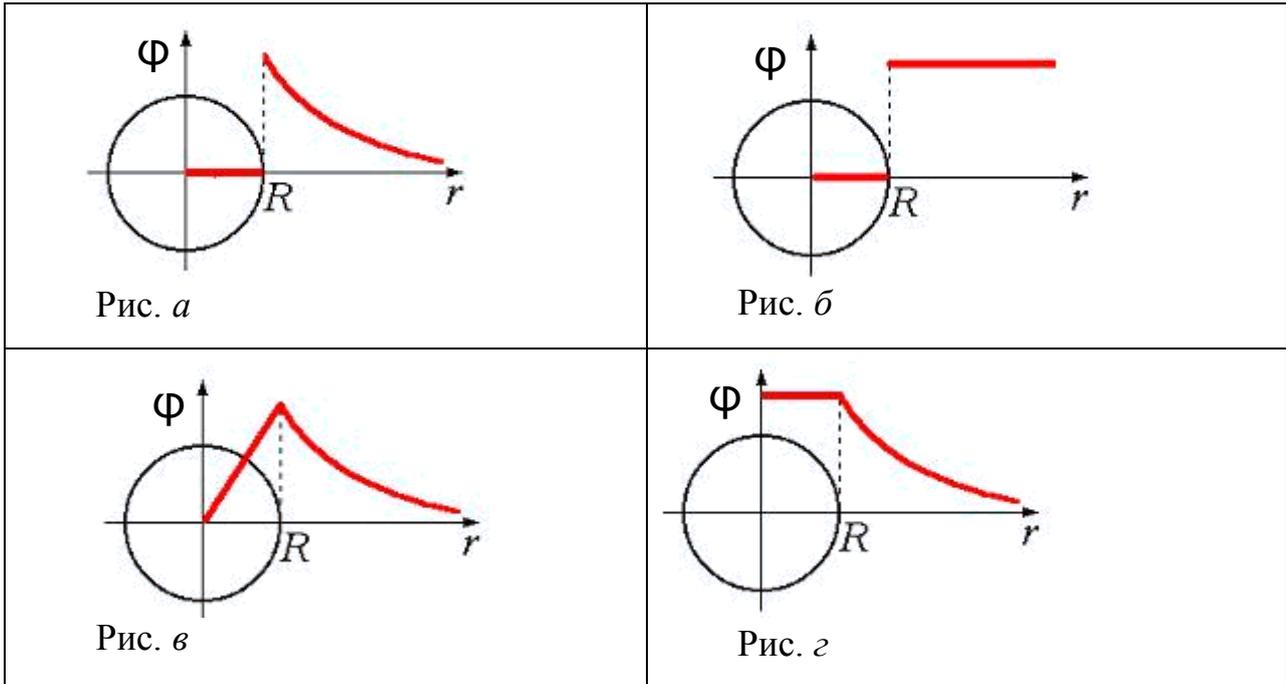


### Решение

Так как вектор  $\vec{E}$  направлен в сторону уменьшения  $\varphi$ , то вектор  $\vec{E}$  слева от начала координат (первой плоскости) направлен влево, т. е. против оси  $x$  ( $E_x < 0$ ), а справа – по оси  $x$  ( $E_x > 0$ ). Следовательно, правильный график изображен на рис. б.

24. Зависимость потенциала электрического поля  $\varphi$  от расстояния  $r$  между центром равномерно заряженной проводящей сферы радиусом  $R$  и точкой, где определяется потенциал, правильно изображена на графике

рис. а,      рис. б,      рис. в,      **рис. г.**

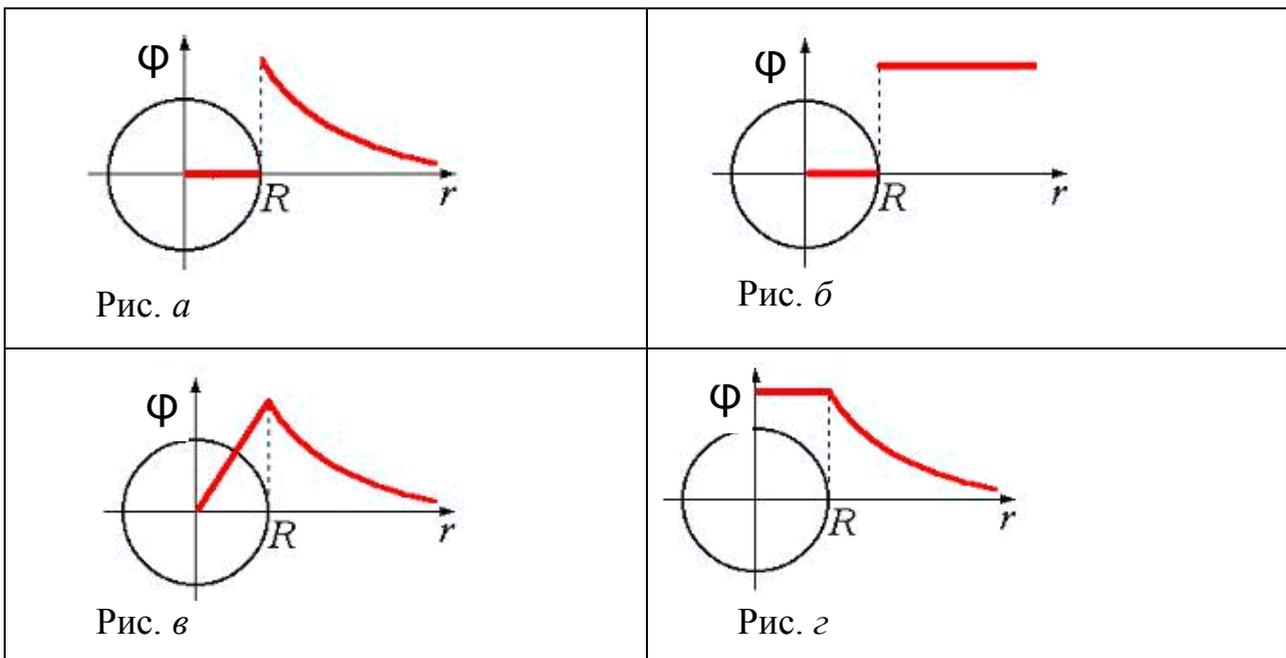


**Решение**

Потенциал поля не может измениться скачком: значит рис. в или г. Сфера и все пространство внутри нее – одна сплошная эквипотенциальная поверхность, т. е. правильный график на рис. г. (Видимо заряд на сфере положительный).

**25.** Зависимость потенциала электрического поля  $\varphi$  от расстояния  $r$  между центром равномерно заряженного проводящего сплошного шара радиусом  $R$  и точкой, где определяется потенциал, правильно изображена на графике

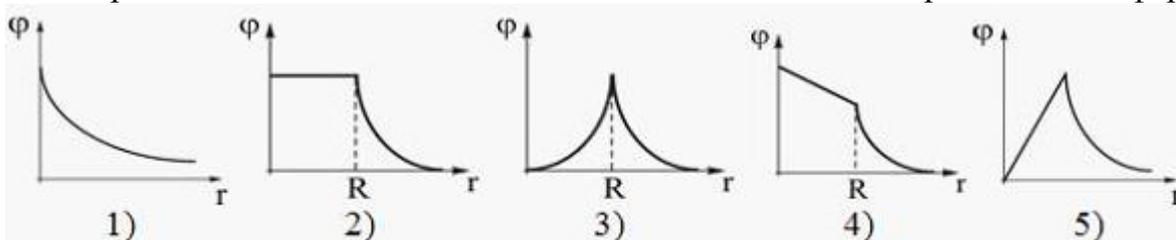
рис. а,      рис. б,      рис. в,      **рис. г.**



### Решение

**Примечание.** «...равномерно заряженных проводящих сплошных шаров» не бывает. Или **равномерно заряженный по поверхности проводящий шар** или **равномерно заряженный по объему не проводящий шар**. В первом случае правильный ответ дан на рис. *г*, во втором – на рис. *в* (без учета  $\epsilon$ ). На сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru) ответ – *в*.

26. Электростатическое поле создано положительно заряженной сферой.



Правильно отражает зависимость потенциала от расстояния рисунок ...**2**).

27. На рисунках представлены графики зависимости напряженности поля  $E(r)$  для различных распределений заряда:

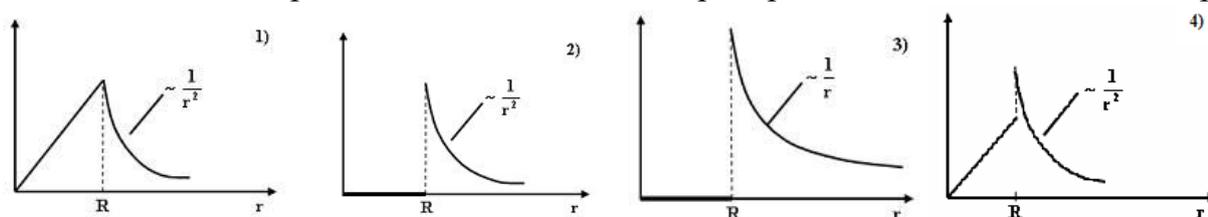


График зависимости  $E(r)$  для шара радиуса  $R$ , равномерно заряженного по объему, показан на рисунке ...**1**). (Без учета  $\epsilon$ ).

28. Два проводника заряжены до потенциалов 30 В и –20 В. Заряд 100 нКл переносят с первого проводника на второй. При этом силы поля совершают работу (в мкДж), равную ...**5**.

### Решение

Считаем, что потенциалы проводников остаются неизменными.

Тогда

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = 100 \cdot 10^{-9} (30 - (-20)) = 5 \cdot 10^{-6} = 5 \text{ мкДж.}$$

29. Заряд 1 нКл переместился из точки, находящейся на расстоянии 1 см от поверхности заряженного проводящего шара радиусом 9 см, в бесконечность. Поверхностная плотность заряда шара  $1,1 \cdot 10^{-4}$  Кл/м<sup>2</sup>. Работа сил поля (в мДж), совершаемая при этом перемещении, равна ...**1**. (Ответ округлите до целых.)

### Решение

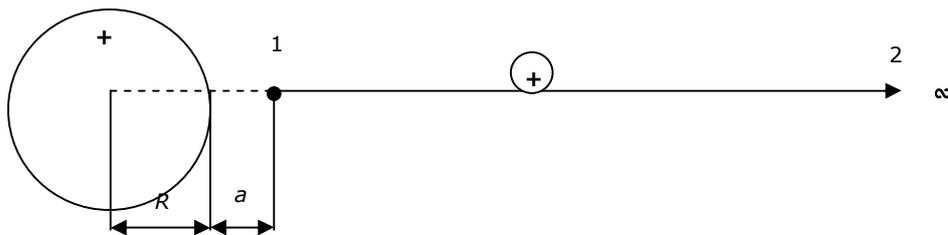
Работа сил поля по перемещению заряда определяется по формуле  $A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ , где  $q$  – перемещаемый заряд,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – потенциалы начальной и конечной точек соответственно. В нашем случае – потенциал в начальной точке и на бесконечности.

Учтем, что площадь поверхности шара равна  $4\pi R^2$ . Тогда имеем

$$\varphi_2 = \varphi(\infty) = 0, \varphi_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 4\pi R^2}{(R+a)} \text{ и } A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\sigma 4\pi R^2}{(R+a)}.$$

Здесь  $R=9\text{ см}$ ,  $a=1\text{ см}$ ,  $\sigma = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/м}^2$  и

$$A_{12} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9} \cdot 1,1 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 81 \cdot 10^{-4}}{10^{-1}} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1 \text{ мДж}.$$



## ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

**Электрический ток** – упорядоченное движение заряженных частиц. Направление тока – направление движение положительно заряженных частиц.

**Сила тока  $I$**

Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}, [\text{A}] \quad q = I t.$$

Для переменного тока

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad q_{12} = \int_1^2 dq = \int_1^2 I dt - \text{площадь под кривой } I \text{ от } t,$$

где  $q$  – заряд, [Кл].

**Плотность тока  $j$**

$$j = \frac{I}{S}, [\text{A}/\text{m}^2].$$

где  $S$  – площадь сечения проводника, [ $\text{m}^2$ ].

**Закон Ома в локальной форме**

$$j = \sigma E = \frac{E}{\rho},$$

где  $\sigma$  – удельная проводимость,  $\rho$  – удельное сопротивление, [Ом·м],  $E$  – напряженность электрического поля внутри проводника, [В/м].

$$j = q_0 n \langle v \rangle,$$

где  $q_0$  – модуль заряда заряженных частиц (электронов) в проводнике ( $q_0 = e$ ),  $n$  – концентрация заряженных частиц (электронов) в проводнике,  $\langle v \rangle$  – средняя скорость упорядоченного движения заряженных частиц (электронов) в проводнике (скорость дрейфа).

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $R$  – сопротивление проводника, [Ом],  $l$  и  $S$  – длина и площадь поперечного сечения проводника.

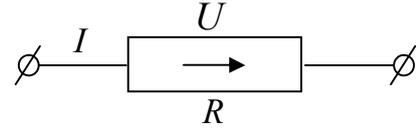
$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t), \quad R = R_0 (1 + \alpha t),$$

где  $t$  – температура в  $^{\circ}\text{C}$ ,  $\rho_0$  и  $R_0$  – удельное сопротивление и сопротивление при  $t = 0^{\circ}$ ,  $\alpha$  [град $^{-1}$ ].



### Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = \frac{U}{R}, \quad U = El,$$



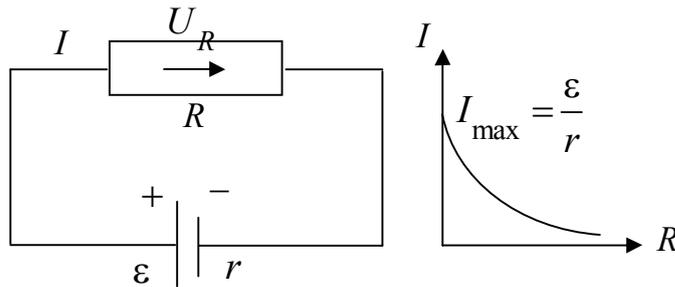
где  $U$  – напряжение (разность потенциалов), [В],  $E$  – напряженность электрического поля в проводнике,  $l$  – длина проводника.

### Закон Ома для замкнутой (полной) цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}, \quad \varepsilon = IR + Ir = U_R + U_r,$$

$$\eta = \frac{R}{R+r} = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}} < 1, \quad I_{\max} = I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r},$$

где  $\varepsilon$  – ЭДС, [В],  $\eta$  – КПД схемы (источника),  $I_{\text{кз}}$  – ток короткого замыкания.



### Мощность $P$ и работа $A$ тока на однородном участке цепи

$$P = UI.$$

Постоянный ток

$$A = Pt = UIt.$$

Переменный ток

$$A = \int_0^t P dt = \int_0^t UI dt.$$

### Мощность $P$ и работа $A$ тока в замкнутой цепи

$$P = \varepsilon I.$$

Постоянный ток

$$A = \mathcal{P}t = \varepsilon It$$

Переменный ток

$$A = \int_0^t \mathcal{P} dt = \int_0^t \varepsilon I dt.$$

Здесь  $A$  – работа сил тока, [Дж],  $P$  – мощность сил тока, [Дж/с] = [Вт].

## Закон Джоуля – Ленца в локальной форме

$$w = \frac{P}{Sl} = \frac{E^2}{\rho}.$$

Здесь  $w$  – удельная мощность сил тока, мощность сил тока в единице объема проводника,  $[Вт/м^3]$ ,  $S$  – площадь сечения проводника,  $l$  – длина проводника.

## Закон Джоуля – Ленца

$$Q = A.$$

$Q$  – тепло, выделяемое в цепи, [Дж],  $A$  – работа сил тока.

## Соединение резисторов

### последовательное

а) разных                      б) одинаковых

$$R_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n R_i, \quad R_{\Sigma} = nR.$$

### параллельное

а) разных                      б) одинаковых

$$\frac{1}{R_{\Sigma}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}, \quad R_{\Sigma} = \frac{R}{n}.$$

## Соединение одинаковых источников питания

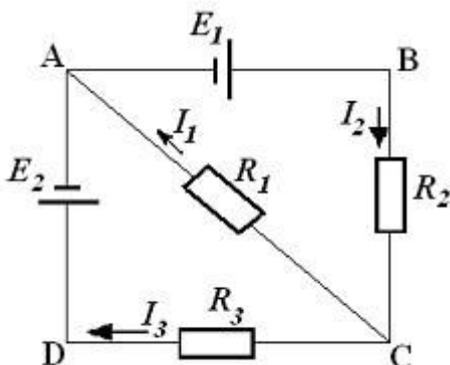
### последовательное

$$\varepsilon_{\Sigma} = n\varepsilon, \quad r_{\Sigma} = nr.$$

### параллельное

$$\varepsilon_{\Sigma} = \varepsilon, \quad r_{\Sigma} = \frac{r}{n}.$$

## Законы Кирхгофа



1. **Узлы** – соединение трех и более линий (точки A и C). Расставляем произвольно стрелки (направление тока) на линиях между узлами и даем индексы обозначениям сил тока, входящим и исходящим из всех узлов.

I правило Кирхгофа:

**сумма входящих (стрелка к узлу) сил тока равна сумме исходящих (стрелка из узла) сил тока.**

Например, для т. C:

$$I_2 = I_1 + I_3.$$

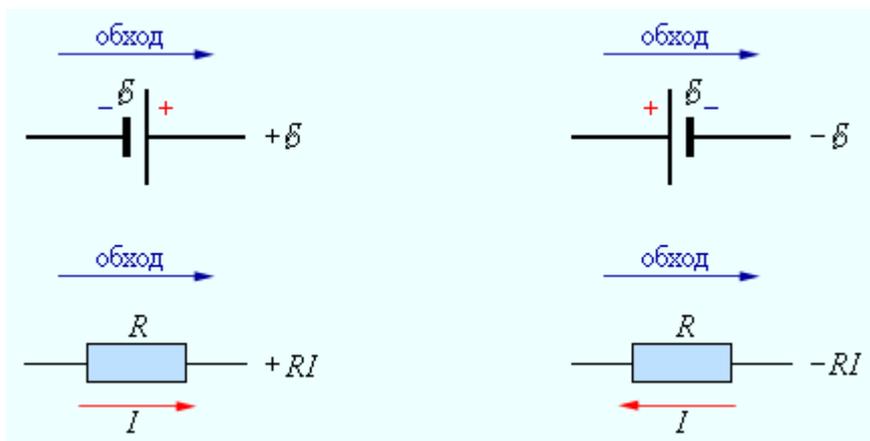
2. **Контур** – замкнутые участки цепи. Любой первый контур всегда независимый. Последующие являются независимыми, если содержат новый элемент цепи. Например: АСДА – первый и АВСА (новый элемент ABC). Для независимых контуров произвольно задаем направление обхода. Например: по часовой для АСДА и против – для АВСА.

## II правило Кирхгофа:

алгебраическая (с учетом знака) сумма произведения сил тока и соответствующих сопротивлений для всех частей контура равна алгебраической сумме ЭДС контура.

$$\pm \sum_i I_i R_i = \pm \sum_j \varepsilon_j.$$

Если направление обхода совпадает с направлением тока, то перед  $IR$  плюс, если противоположно – минус. Если направление обхода соответствует переходу от отрицательной (-) обкладки к положительной (+), то перед  $\varepsilon$  плюс, если не соответствует – минус.



Например, для

АСДА (обход по часовой):

$$-I_1 R_1 + I_3 R_3 = \varepsilon_2.$$

АВСА (обход против часовой):

$$-I_1 R_1 - I_2 R_2 = \varepsilon_1.$$

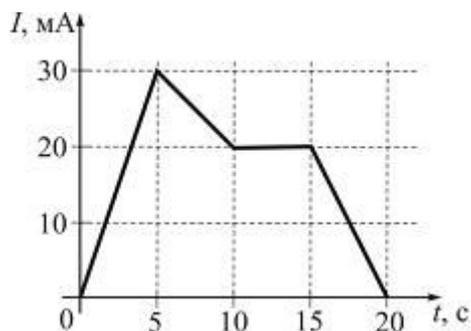
### Последовательность применения правил Кирхгофа

Обозначаем все токи, текущие между узлами, и даем им произвольные направления так, чтобы для каждого узла были входящие и исходящие токи. Для всех узлов, кроме одного, записываем I правило Кирхгофа.

Выбираем все независимые контуры и задаем направления обхода в них. Для независимых контуров записываем II правило Кирхгофа.

## Тесты с решениями

1. На рисунке показана зависимость силы тока в электрической цепи от времени.



Наибольший заряд протечет через поперечное сечение проводника в промежутке времени ..... от 5 до 10 с.

### Решение

По определению для переменного тока

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Тогда

$$dq = Idt \text{ и } q = \int_{t_1}^{t_2} Idt.$$

Геометрически значение определенного интеграла равно площади под кривой  $I$  от  $t$ . Очевидно, что максимальная площадь будет на интервале от 5 с до 10 с.

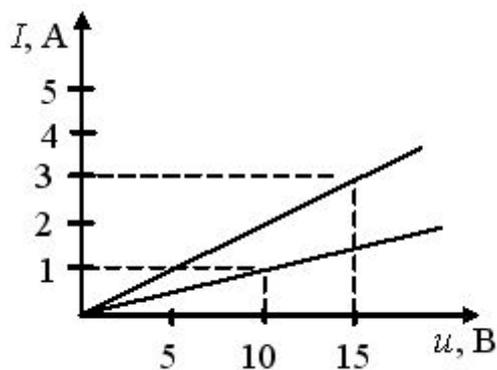
**Примечание.** Определим эту площадь.

Каждый квадрат соответствует  $5\text{ с} \cdot 10 \cdot 10 \text{ мА} = 50 \text{ мКл}$ . Всего – 2,5 квадрата. Итого,  $q = 50 \cdot 2,5 = 125 \text{ мКл}$ .

Площадь трапеции можно найти по формуле

$$q = \frac{I(t_2) + I(t_1)}{2} (t_2 - t_1).$$
$$q = \frac{(30 + 20) \cdot 10^{-3}}{2} (10 - 5) = 125 \cdot 10^{-3} = 125 \text{ мКл}.$$

2. Вольт-амперные характеристики двух нагревательных спиралей изображены на рисунке. Из графиков следует, что сопротивление одной спирали больше сопротивления другой на ...



5 Ом, 0,1 Ом, 10 Ом, 25 Ом.

### Решение

По определению

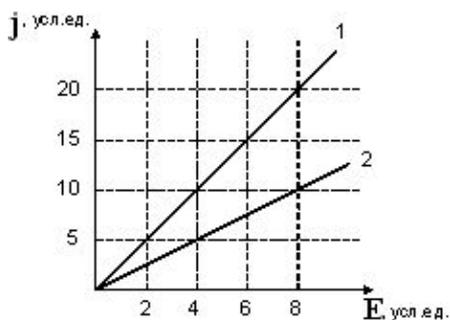
$$I = \frac{U}{R} \quad \text{и} \quad R = \frac{U}{I}.$$

Так как зависимости  $I$  от  $U$  линейные, то  $R = \text{const}$ . Выберем произвольные фиксированные значения  $U$  и  $I$  для двух зависимостей. (Например  $U = 10$  В,  $I = 1$  А для нижней зависимости и  $U = 15$  В,  $I = 3$  А для верхней зависимости.) Тогда

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{10}{1} = 10 \text{ Ом}, \quad R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{15}{3} = 5 \text{ Ом}$$

и сопротивление одной спирали больше сопротивления другой на 5 Ом.

3. На рисунке представлена зависимость плотности тока  $j$ , протекающего в проводниках 1 и 2, от напряженности электрического поля  $E$ :



Отношение удельных сопротивлений  $\rho_1 / \rho_2$  этих проводников равно ... **1/2**.

### Решение

Локальный закон Ома имеет вид

$$j = \frac{E}{\rho}.$$

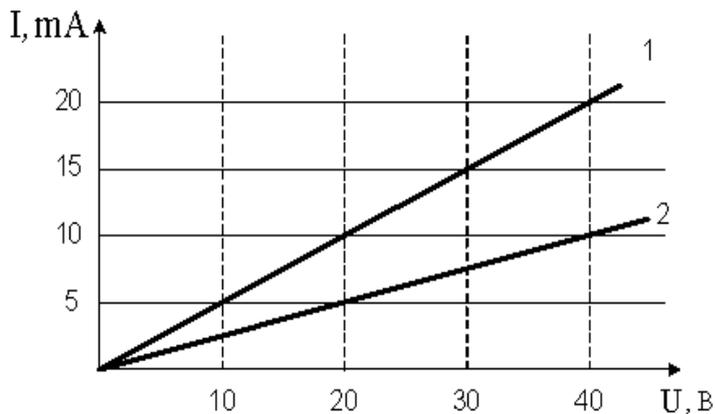
Выберем одинаковое для двух проводников значение  $E$ . (Например  $E = 8$  В.)

Тогда

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{E j_2}{j_1 E} = \frac{j_2}{j_1} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

4. Вольтамперная характеристика активных элементов цепи 1 и 2 представлена на рисунке. Отношение сопротивлений этих элементов  $R_1/R_2$  равно

- 1)  $1/2$ ,                      2) 2,                      3)  $1/4$ ,                      4) 4.



**Решение**

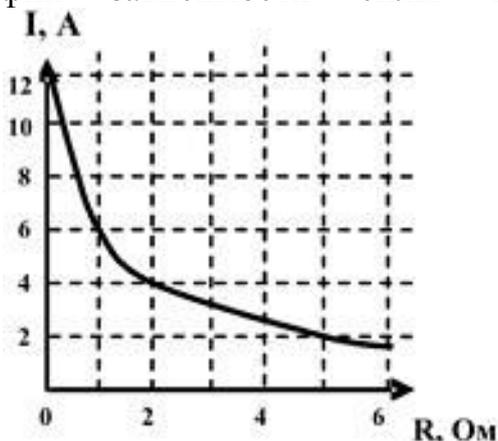
По закону Ома для линейного участка цепи

$$R = \frac{U}{I}.$$

Выберем фиксированное значение  $U$  (Например,  $U = 20\text{ В}$ ). Тогда

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{U I_2}{I_1 U} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

5. К источнику тока с ЭДС 12 В подключили реостат. На рисунке показан график зависимости силы тока в реостате от его сопротивления.



Внутреннее сопротивление этого источника тока равно ...

- 1 Ом, 0 Ом, 6 Ом, 2 Ом, 0,5 Ом.

**Решение**

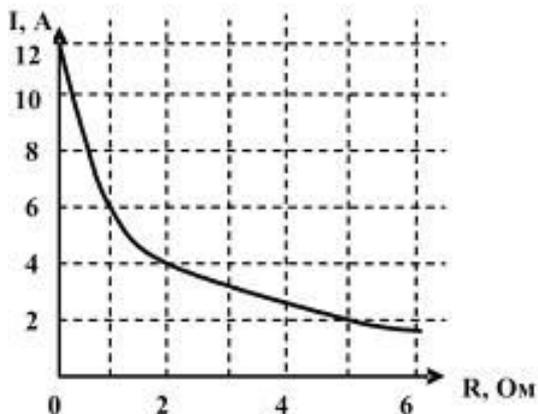
Закон Ома для полной цепи имеет вид

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

В этом уравнении три неизвестных величины  $I, R, r$ . Если мы найдем  $I, R$ , то определим  $r$ . Возьмем какие-нибудь значения  $I, R$  из графика. Тогда ( $I = 4 \text{ A}, R = 2 \text{ Ом}$ )

$$r = \frac{\varepsilon}{I} - R = \frac{12}{4} - 2 = 3 - 2 = 1 \text{ Ом}.$$

6. На рисунке представлены результаты экспериментального исследования зависимости силы тока в цепи от значения сопротивления  $R$ , подключенного к источнику постоянного тока. КПД источника (в процентах) при сопротивлении  $R = 4 \text{ Ом}$  составляет ...



80,      83,      75,      67.

### Решение

Коэффициент полезного действия источника тока определяется по формуле

$$\eta = \frac{R}{R + r}.$$

Здесь  $r$  – внутреннее сопротивление источника. Для его определения воспользуемся законом Ома для замкнутой цепи

$$\varepsilon = IR + Ir.$$

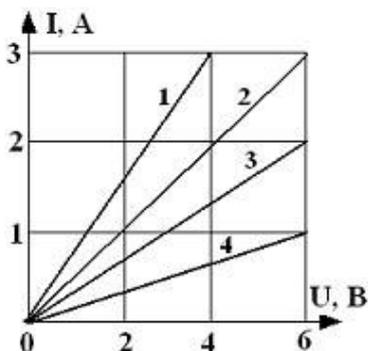
Если из приведенного графика взять два значения сопротивления  $R$  и соответствующие им значения силы тока  $I$  и подставить их в это уравнение, то получим систему двух уравнений с двумя неизвестными  $\varepsilon$  и  $r$ . Тогда ( $R_1 = 1 \text{ Ом}, I_1 = 6 \text{ A}; R_2 = 5 \text{ Ом}, I_2 = 2 \text{ A}$ ) имеем

$$\begin{cases} \varepsilon = 6 + 6r, \\ \varepsilon = 10 + 2r. \end{cases}$$

Решая эту систему, получим  $\varepsilon = 12 \text{ В}, r = 1 \text{ Ом}$ . Искомое значение КПД источника

$$\eta = \frac{R}{R + r} = \frac{4}{4 + 1} = 0,8 = 80 \ %.$$

7. Через лампу, подключенную к источнику тока с ЭДС 8 В, и внутренним сопротивлением 1 Ом протекает ток 2 А. Зависимость тока от приложенного к лампе напряжения показана на графике ...3.



### Решение

Согласно закону Ома для однородного участка цепи

$$R = \frac{U}{I}.$$

Следовательно, первый график соответствует  $R = 4/3$  В, второй –  $R = 6/3 = 2$  В, третий –  $R = 6/2 = 3$  В и четвертый –  $R = 6/1 = 6$  В.

Согласно закону Ома для замкнутой цепи, сила тока, который протекает по проводнику, рассчитывается по формуле

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r'}$$

где  $\varepsilon$  – ЭДС источника тока,  $R$  – сопротивление проводника (в данном случае лампы),  $r$  – внутреннее сопротивление источника тока. Сопротивление лампы

$$R = \frac{\varepsilon - Ir}{I} = \frac{8 - 1 \cdot 2}{2} = 3 \text{ Ом.}$$

Из рисунка следует, что такому сопротивлению лампы соответствует график 3.

8. Птица сидит на проводе линии электропередачи, сопротивление которого  $2,5 \cdot 10^{-5}$  Ом на каждый метр длины. Если по проводу течет ток силой 2 кА, а расстояние между лапами птицы составляет 5 см, то птица находится под напряжением ...2,5 мВ.

### Решение

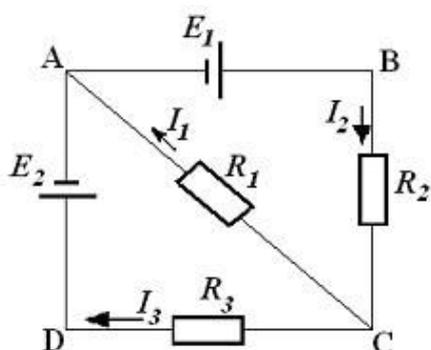
Общее сопротивление участка провода между лапами птицы равно

$$R = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 12,5 \cdot 10^{-7} \text{ Ом.}$$

По закону Ома для линейного участка цепи

$$U = IR = 2 \cdot 10^3 \cdot 12,5 \cdot 10^{-7} = 2,5 \cdot 10^{-3} = 2,5 \text{ мВ.}$$

9. На рисунке представлена схема электрической цепи, включающая два идеальных источника тока с ЭДС  $E_1$  и  $E_2$  и три резистора сопротивлениями  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ . Направления токов в ветвях показаны стрелками. Направление обхода контуров – по часовой стрелке. Для контура ACDA уравнение по второму правилу



Кирхгофа имеет вид...

$$E_2 = I_3 R_3 - I_1 R_1,$$

$$E_2 = I_1 R_1 - I_3 R_3,$$

$$-E_2 = I_3 R_3 - I_1 R_1,$$

$$-E_2 = I_1 R_1 - I_3 R_3.$$

### Решение

При обходе контура ACDA по часовой стрелке уравнение, полученное по II правилу Кирхгофа, имеет вид

$$-E_2 = I_3 R_3 - I_1 R_1.$$

10. Выражение  $\frac{\varepsilon}{r + R}$ , где  $\varepsilon$  – ЭДС источника тока,  $R$  – величина внешнего сопротивления,  $r$  – внутреннее сопротивление источника, представляет собой **силу тока в замкнутой цепи**, напряжение на зажимах источника, напряжение на внешнем сопротивлении, работу перемещения положительного единичного заряда по замкнутой цепи.

**Примечание.** Напряжение на зажимах источника и напряжение на внешнем сопротивлении – это одно и то же. Работа перемещения равна ЭДС.

11. Два одинаковых источника тока соединены последовательно. Если источники соединить параллельно, то сила тока короткого замыкания ... **увеличится в 2 раза.**

### Решение

По определению ток короткого замыкания равен

$$I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r},$$

где  $\varepsilon$  – ЭДС источника тока,  $r$  – внутреннее сопротивление источников тока.

При последовательном соединении одинаковых источников тока их суммарное сопротивление равно  $r_{\Sigma} = 2r$ , а суммарное ЭДС  $\varepsilon_{\Sigma} = 2\varepsilon$ .

При параллельном соединении одинаковых источников тока их суммарное сопротивление равно  $r_{\Sigma} = r/2$ , а суммарное ЭДС  $\varepsilon_{\Sigma} = \varepsilon$ . Тогда

$$\frac{I_{кз_{пар}}}{I_{кз_{посл}}} = \frac{\varepsilon}{r/2} : \frac{2\varepsilon}{2r} = \frac{2\varepsilon r}{r \varepsilon} = 2.$$

**12.** Если уменьшить в два раза напряженность электрического поля в проводнике, то плотность тока

- увеличится в 4 раза,
- уменьшится в два раза,**
- уменьшится в 4 раза,
- увеличится в два раза,
- не изменится.

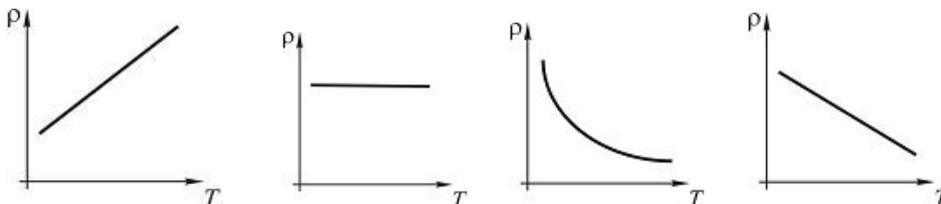
**Решение**

Локальный закон Ома имеет вид

$$j = E/\rho.$$

Следовательно, при уменьшении в два раза напряженности электрического поля в проводнике плотность тока также уменьшится в два раза.

**13.** Зависимость удельного сопротивления металлического проводника от температуры соответствует графику... **1.**



**Решение**

Так как зависимость удельного сопротивления от температуры имеет вид

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) = \rho_0(1 + \alpha(T - 273)) = \rho_0((1 - \alpha \cdot 273) + \alpha T),$$

то правильный график – на первом рисунке.

**14.** Напряжение на концах медного провода диаметром  $d$  и длиной  $l$  равно  $U$ . При увеличении напряжения в 4 раза удельная тепловая мощность тока ...

- увеличится в 16 раз,**
- увеличится в 4 раза,
- не изменится,
- уменьшится в 16 раз.

**Решение**

Удельная мощность тока, это мощность, выделяемая на единице объема проводника. С учетом определения мощности тока на однородном участке цепи, закона Ома для участка цепи и формулы для сопротивления проводника

$$P = UI, I = \frac{U}{R}, R = \rho \frac{l}{S}$$

получаем

$$\frac{P}{Sl} = \frac{UI}{Sl} = \frac{U^2}{SlR} = \frac{S}{S\rho l^2} \cdot \frac{U^2}{\rho l^2}.$$

Так как  $U' = 4U$ , то

$$\frac{P'}{Sl} = \frac{U'^2}{\rho l^2} \quad \neq \frac{U^2}{\rho l^2} \quad \neq \frac{P}{Sl}.$$

**15.** Напряжение на концах медного провода диаметром  $d$  и длиной  $l$  равно  $U$ . Если взять медный провод диаметром  $d$ , но длиной  $2l$  и увеличить напряжение в 4 раза, то среднее время дрейфа электронов от одного конца проводника до другого ...

- не изменится,**
- увеличится в 4 раза,
- увеличится в 2 раза,
- уменьшится в 4 раза.

### Решение

Время, которое требуется в среднем для того чтобы электроны продрейфовали на расстояние  $l$ , определяется соотношением

$$t = \frac{l}{\langle v \rangle},$$

где  $\langle v \rangle$  – средняя скорость упорядоченного движения (дрейфа) электронов. Формула, связывающая силу тока со средней скоростью упорядоченного движения носителей тока, имеет вид

$$I = jS = q_0 n \langle v \rangle S,$$

где  $q_0$  – модуль заряда электронов (в данном случае),  $n$  – их концентрация,  $S$  – площадь поперечного сечения проводника. С учетом закона Ома для участка цепи и формулы для сопротивления проводника

$$I = \frac{U}{R}, \quad R = \rho \frac{l}{S}.$$

приравнивая выражения для силы тока, получаем выражение для средней скорости направленного движения электронов

$$q_0 n \langle v \rangle S = \frac{U}{\rho \frac{l}{S}} \quad \text{или} \quad \langle v \rangle = \frac{U}{\rho n l q_0}.$$

Из выражения следует, что  $\langle v \rangle$  не зависит от диаметра провода. Тогда время дрейфа

$$t = \frac{l}{\langle v \rangle} = \frac{l}{\frac{U}{\rho n l q_0}} = \rho n q_0 \frac{l^2}{U}.$$

Таким образом, если взять медный провод диаметром  $d$ , но длиной  $2l$  и увеличить напряжение в 4 раза, то среднее время дрейфа электронов от одного конца проводника до другого не изменится  $t' = t$ , так как

$$\frac{l'^2}{U'} = \frac{(2l)^2}{4U} = \frac{l^2}{U}.$$

**16.** Электропроводка должна выполняться из достаточно толстого провода, чтобы он сильно не нагревался и не создавал угрозы пожара. Если проводка рассчитана на максимальную силу тока 16 А и на погонном метре провода должно выделяться не более 2 Вт тепла, то диаметр медного провода (с учетом того, что удельное сопротивление меди равно 17 нОм·м) равен ..... **1,7 мм.**

### Решение

По определению мощность тока на сопротивлении, закон Ома для однородного участка цепи и зависимость сопротивления проводника от его удельного сопротивления и размеров имеют вид

$$P = UI, \quad U = IR, \quad R = \rho \frac{l}{S} \quad \text{и} \quad P = I^2 \rho \frac{l}{S}.$$

Тогда мощность, выделяющаяся на погонном метре провода,

$$\frac{P}{l} = \frac{I^2 \rho}{S} = \frac{4I^2 \rho}{\pi d^2}.$$

Отсюда диаметр провода

$$d = 2I \sqrt{\frac{\rho}{\pi(P/l)}} = 2 \cdot 16 \sqrt{\frac{17 \cdot 10^{-9}}{3,14 \cdot 2}} = 1,66 \cdot 10^{-3} = 1,7 \text{ мм.}$$

**17.** Два проводника, изготовленные из одного материала, равной длины, но разного сечения ( $S_1 > S_2$ ), включены последовательно в цепь. Напряженность электрического поля ...

больше в проводнике с сечением  $S_1$ ,

**больше в проводнике с сечением  $S_2$ ,**

одинакова в обоих проводниках,

в проводнике с сечением  $S_2$  может быть как больше, так и меньше.

### Решение

В последовательной цепи сила тока  $I$  одинакова, а плотность силы тока  $j$  разная, так как

$$j_1 = \frac{I}{S_1} < j_2 = \frac{I}{S_2} \quad (S_1 > S_2).$$

Из локального закона Ома ( $j = \sigma E$ ) следует, что

$$E_1 = \frac{j_1}{\sigma} = \frac{I}{\sigma S_1} < E_2 = \frac{j_2}{\sigma} = \frac{I}{\sigma S_2}.$$

Можно доказать другим способом. Так как

$$U = El \text{ и } U = RI = \rho \frac{l}{S} I,$$

где  $l$  – длина проводника, то

$$E = \frac{U}{l} = \frac{RI}{l} = \frac{\rho \frac{l}{S} I}{l} = \frac{\rho I}{S} = \frac{I}{\sigma S}.$$

**18.** Маленьким электрокипятильником можно вскипятить в автомобиле стакан воды для чая или кофе. Напряжение аккумулятора 12 В. Если он за 5 мин нагревает 200 мл воды от 10 до 100°C, то сила тока (в А), потребляемого от аккумулятора, равна ... (теплоемкость воды равна 4200 Дж/кг·К)

21,

12,6,

0,079,

0,048.

### Решение

Согласно закону Джоуля – Ленца  $Q = A = UI t$ . Приравнивая это количество теплоты к количеству теплоты  $Q = cm\Delta t^\circ$ , необходимому для нагревания воды до температуры кипения, получим

$$UI t = cm\Delta t^\circ.$$

Тогда

$$I = \frac{cm\Delta t^\circ}{Ut} = \frac{c\rho V\Delta t^\circ}{Ut} = \frac{4200 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 90}{12 \cdot 300} = 21 \text{ А.}$$

## МАГНИТОСТАТИКА

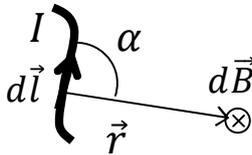
**Магнитные поля создаются движущимися зарядами (токами) и действуют только на движущиеся заряды (токи).**

### Закон Био-Савара –Лапласа

Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  произвольного участка проводника с током  $I$  (общий случай)

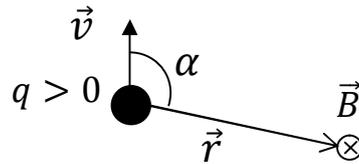
$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int_0^L \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^3}$$

$$B = \int_0^L \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin\alpha}{r^2}$$



Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  равномерно движущегося со скоростью  $\vec{v}$  точечного заряда  $q$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v} \cdot \vec{r}]}{r^3}, B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q|v}{r^2} \sin\alpha$$

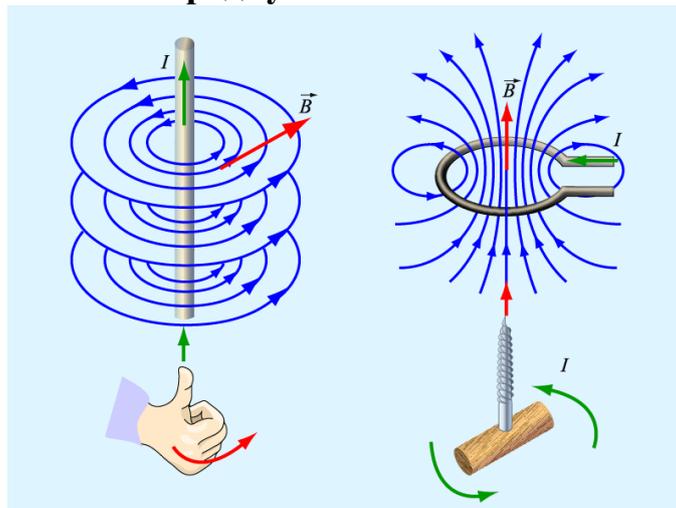


Для  $q < 0$  направление вектора  $\vec{B}$  противоположное.

### Свойства линий вектора магнитной индукции $\vec{B}$ :

- линии замкнуты, так как в природе нет магнитных зарядов,
- вектор  $\vec{B}$  направлен по касательной к линии магнитной индукции,
- густота линий магнитной индукции пропорциональна модулю вектора  $\vec{B}$ .

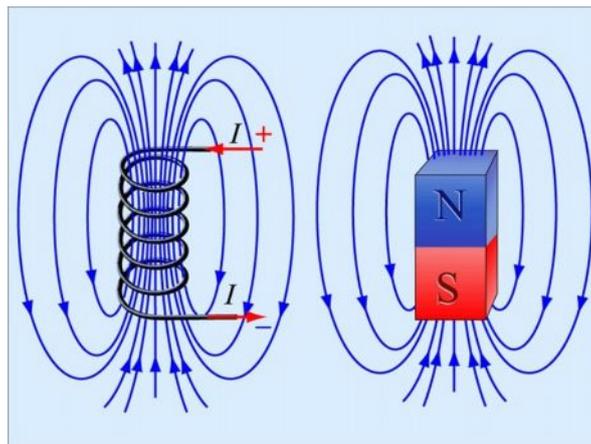
**Линии вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  бесконечного тонкого прямолинейного проводника с током и тонкого кругового проводника радиусом с током**



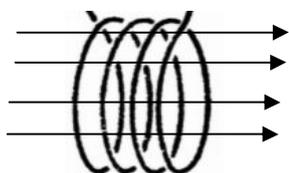
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}, \quad r \text{ – расстояние до проводника}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R} \text{ (только в центре)}$$

Линии вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  соленоида и постоянного магнита



Линии вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  идеального соленоида длиной  $l$  и числом витков  $N$



$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I,$$

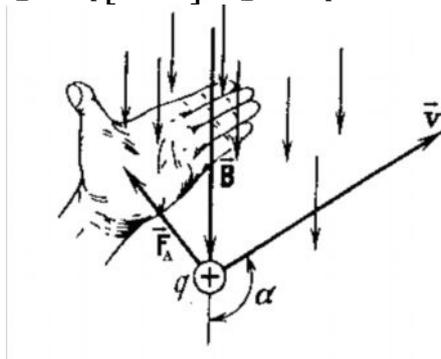
$n$  - плотность числа витков соленоида. Внутри поле **однородно**.  
Вне идеального бесконечного соленоида **поля нет**.

Принцип суперпозиции

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i, \vec{B} = \int d\vec{B}.$$

Сила Лоренца  $\vec{F}_L$ , действующая в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  на движущийся со скоростью  $\vec{v}$  точечный заряд  $q$ , равна

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \cdot \vec{B}], F_L = |q|vB \sin \alpha,$$



где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Направление силы, действующей на положительный заряд, определяется правилом **левой руки**. Для отрицательного – направление, противоположное положительному.

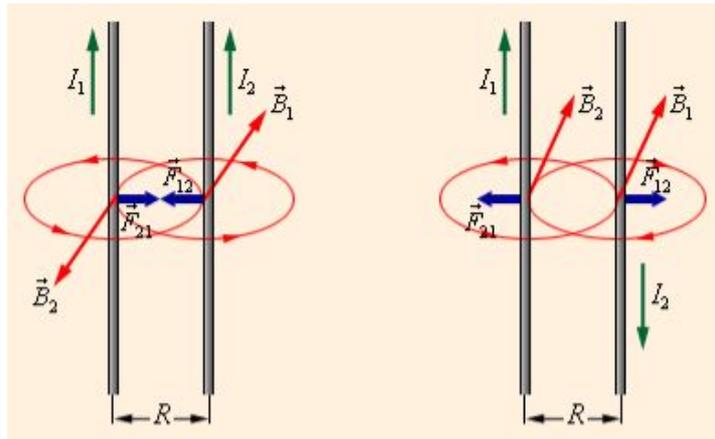
Сила Ампера  $\vec{F}_A$ , действующая в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  на прямолинейный проводник с током  $I$  длиной  $L$ , равна

$$\vec{F}_A = I[\vec{L} \cdot \vec{B}], F_A = IBL \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{L}$  и  $\vec{B}$ . Вектор  $\vec{L}$  направлен по направлению тока в проводнике. Направление тока – направление движения воображаемых положительных зарядов, противоположное направлению движения электронов. Направление силы определяется правилом левой руки.

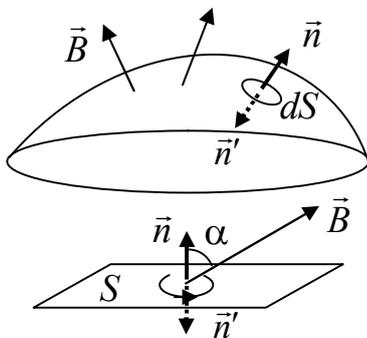
**Сила  $F$ , действующая на участок прямолинейного проводника с током  $I_1$  длиной  $l$  со стороны другого прямолинейного проводника с током  $I_2$ , находящегося на расстоянии  $R$**

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi R}$$



**Однонаправленные токи притягиваются, разнонаправленные – отталкиваются.**

**Поток  $\Phi$  вектора  $\vec{B}$  через произвольную замкнутую поверхность, площадью  $S$ ,**



$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}, \quad d\vec{S} = \vec{n} dS, \quad [\text{Вб}]$$

Если поверхность – плоскость, а магнитное поле однородно, то

$$\Phi = \vec{B} \vec{S} = BS \cos \alpha.$$

**Теорема Гаусса**

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.

Физический смысл: **не существует магнитных зарядов.**

**Теорема о циркуляции**

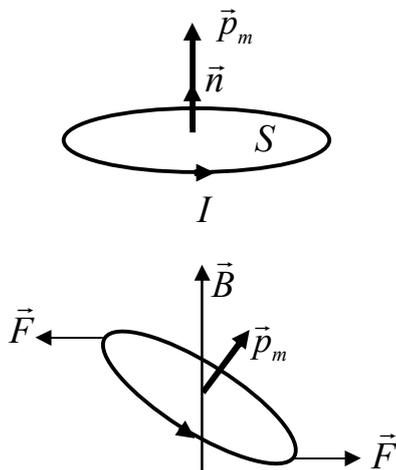
$$\oint_{\gamma} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i.$$

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного контура равна произведению суммы токов, охватываемых этим контуром, и магнитной постоянной.

Так как  $\oint_{\gamma} \vec{B} d\vec{l} \neq 0$ , то магнитное поле, в отличие от электрического, не потенциальное, а вихревое.

Физический смысл: **источником магнитного поля являются токи.**

### Магнитный диполь (плоский виток с током, рамка с током)



#### Магнитный момент диполя

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS.$$

#### Магнитный диполь в магнитном поле

$\vec{F} = 0$  – сила, действующая на диполь в **однородном** магнитном поле,  $\vec{F} \neq 0$  – сила, действующая на диполь в неоднородном магнитном поле. Сила направлена в сторону пространства с бóльшим  $B$ .

**Момент сил**  $\vec{M}$ , действующий на диполь в однородном поле  $\vec{B}$  (и в неоднородном, если диполь мал)

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}].$$

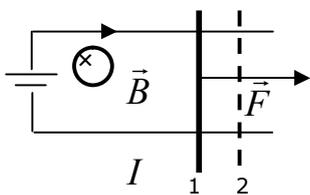
В однородном поле диполь (виток) только **поворачивается**, в неоднородном – еще и **двигается поступательно** в область с бóльшим  $B$ .

### Равновесие магнитного диполя (витка с током) в однородном магнитном поле

**Устойчивое**  $\vec{M} = 0, \vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}.$

**Неустойчивое**  $\vec{M} = 0, \vec{p}_m \uparrow\downarrow \vec{B}.$

### Работа сил поля по перемещению проводника с током



$$A_{12} = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где  $\Phi_1, \Phi_2$  – магнитные потоки через поверхность контура в начальном и конечном положении.

Работа магнитных сил (**сил Лоренца**) всегда **равна нулю**. Работа **сил Ампера** по перемещению проводника с током **не равна нулю**, так как это работа только части магнитных сил.

## Тесты с решениями

1. Относительно статических магнитных полей справедливо утверждение:  
силовые линии магнитного поля разомкнуты,  
магнитное поле действует на заряженную частицу с силой, обратно пропорциональной скорости частицы,  
**циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного контура определяется токами, охватываемыми этим контуром.**

### Решение

Так как

силовые линии магнитного поля **замкнуты**,  
магнитное поле действует на заряженную частицу с силой, **прямо** пропорциональной скорости частицы,  
циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного контура определяется токами, охватываемыми этим контуром, то справедливым является последнее утверждение.

2. Относительно статических магнитных полей справедливо утверждение:

**магнитное поле является вихревым**,  
магнитное поле действует только на неподвижные электрические заряды,  
поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную замкнутую поверхность отличен от нуля.

### Решение

Так как

магнитное поле является вихревым,  
магнитное поле действует только на **движущиеся** электрические заряды,  
поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную замкнутую поверхность **равен** нулю, то справедливым является первое утверждение.

3. Относительно статических магнитных полей справедливо утверждение:

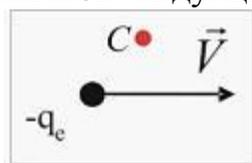
**магнитное поле не совершает работы над движущимися зарядами**,  
статическое магнитное поле является потенциальным,  
**силовые линии магнитного поля являются замкнутыми.**

### Решение

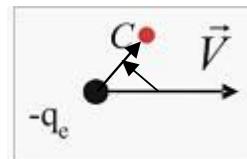
Так как

магнитное поле в общем случае не совершает работу над движущимися зарядами,  
статическое магнитное поле является **вихревым**,  
силовые линии магнитного поля являются замкнутыми, то справедливыми являются первое и последнее утверждения.

4. На рисунке изображен вектор скорости движущегося электрона. Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  поля, создаваемого электроном при движении, в точке  $C$



направлен ...  
от нас,  
сверху вниз,  
на нас,  
снизу вверх.



### Решение

Индукция магнитного поля свободно движущегося заряда равна

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q [\vec{v} \cdot \vec{r}]}{4\pi r^3},$$

где  $q$  – заряд частицы,  $\vec{v}$  – скорость частицы,  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки  $C$ . Используя определение векторного произведения, (вращаем правый винт от  $\vec{v}$  к  $\vec{r}$ , поступательное движение – вектор  $\vec{B}$ ) находим, что для положительного заряда вектор  $\vec{B}$  направлен «на нас», но, учитывая отрицательный знак заряда частицы, получим окончательный ответ – вектор  $\vec{B}$  направлен «от нас».

5. При увеличении силы тока в одном прямолинейном проводнике в 2 раза, а в другом в 5 раз, сила взаимодействия между ними

уменьшится в 2,5 раза,

увеличится в 2 раза,

**увеличится в 10 раз,**

увеличится в 2,5 раза.

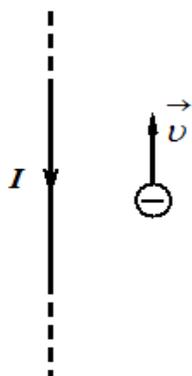
### Решение

Сила Ампера между бесконечным прямолинейным проводником с током  $I_1$  и участком бесконечного прямолинейного проводника с током  $I_2$  длиной  $l$ , находящимся на расстоянии  $R$  от первого проводника, равна

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} l.$$

Следовательно, при увеличении силы тока в одном прямолинейном проводнике в 2 раза, а в другом в 5 раз, сила взаимодействия между ними увеличится в 10 раз.

6. Электрон влетает в магнитное поле, создаваемое прямолинейным длинным проводником с током в направлении, параллельном проводнику. При этом сила Лоренца, действующая на электрон, ...



**лежит в плоскости чертежа и направлена влево,**

лежит в плоскости чертежа и направлена вправо,

перпендикулярна плоскости чертежа и направлена «от нас»,

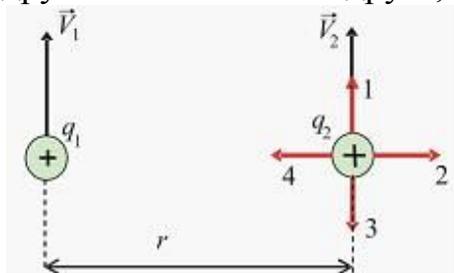
перпендикулярна плоскости чертежа и направлена «к нам».

### Решение

Движение отрицательного электрона вверх эквивалентно протеканию тока положительных зарядов вниз. Следовательно,

мы имеем два однонаправленных тока, которые притягиваются. Таким образом, сила лежит в плоскости чертежа и направлена влево.

7. Два заряда  $q_1$  и  $q_2$  движутся параллельно в одну сторону на расстоянии  $r$  друг от друга, как показано на рисунке:

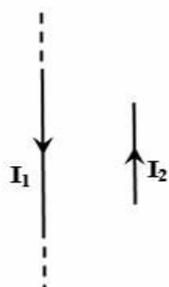


Магнитная составляющая силы, действующей на второй заряд со стороны первого заряда, имеет направление ...4.

### Решение

Два движущихся в одну сторону одинаковых по знаку заряда эквивалентны двум токам, текущим в одну сторону. Следовательно, они притягиваются и магнитная составляющая силы, действующей на второй заряд со стороны первого заряда, имеет направление 4. (Электрическая составляющая – 2).

8. Поле создано прямолинейным длинным проводником с током  $I_1$ . Если отрезок проводника с током  $I_2$  расположен в одной плоскости с длинным проводником так, как показано на рисунке, то сила Ампера ...

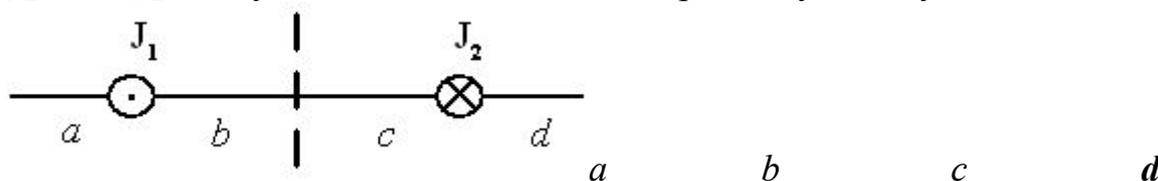


лежит в плоскости чертежа и направлена вправо,  
лежит в плоскости чертежа и направлена влево,  
перпендикулярна плоскости чертежа и направлена «от нас»,  
перпендикулярна плоскости чертежа и направлена «к нам».

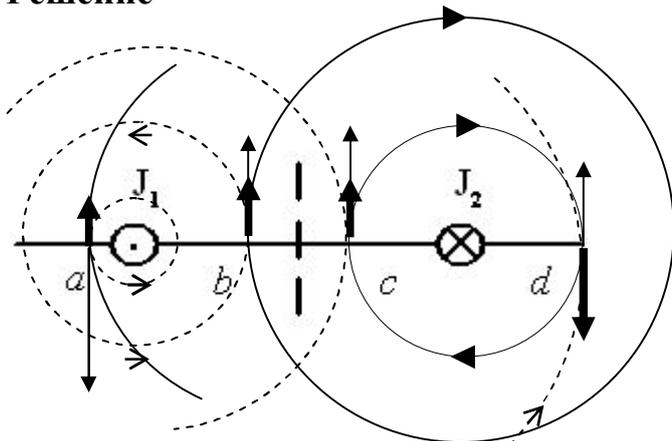
### Решение

Два разнонаправленных тока отталкиваются. Таким образом, сила, действующая на отрезок проводника с током  $I_2$ , со стороны проводника с током  $I_1$  лежит в плоскости чертежа и направлена вправо.

9. На рисунке изображены сечения двух прямолинейных длинных параллельных проводников с противоположно направленными токами, причем  $J_1 = 1,5J_2$ . Индукция  $\vec{B}$  магнитного поля равна нулю на участке ...



## Решение



Сплошные окружности и толстые стрелки относятся к току  $J_2$ .

Пунктирные линии и тонкие стрелки – к току  $J_1$ .

В любой точке пространства

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \text{ Если } \vec{B} = 0, \text{ то } \vec{B}_1 \uparrow \downarrow \vec{B}_2 \text{ и } B_1 = B_2.$$

Строим линии вектора магнитной индукции (окружности) вокруг каждого из проводников и, по правилу правого винта, указываем их направления. Вектора магнитной индукции касательны к линиям и имеют такое же направление.

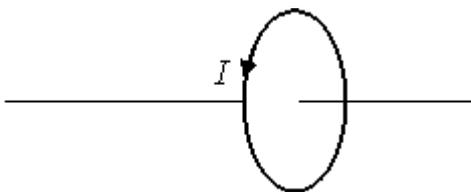
На участках  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  отрезка, проведенного через проводники и перпендикулярного им, вектора магнитной индукции от разных проводников с током действуют вдоль одного направления, перпендикулярного отрезку, но только на участках  $a$  и  $d$  они направлены в противоположные стороны. Так как

$$B_1 = B_2, \text{ то } \mu_0 J_1 / 2\pi r_1 = \mu_0 J_2 / 2\pi r_2 \text{ или } 1,5 J_2 / r_1 = J_2 / r_2 \text{ или } 1,5 / r_1 = 1 / r_2.$$

Таким образом,  $r_1 = 1,5 r_2$ . Следовательно, расстояние от тока  $J_1$  до искомой точки должно быть больше, аналогичного расстояния от тока  $J_2$ . Правильный ответ – участок  $d$ .

**Примечание.** Обычно сила тока обозначается буквой  $I$ .

**10.** Магнитный момент кругового тока, изображенного на рисунке, направлен



по оси контура влево,

по оси контура вправо,

по направлению тока,

против направления тока.

## Решение

По определению  $\vec{p}_m = \vec{n}IS$ ,  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали, связанный с направлением тока правилом правого винта, а  $S$  – площадь контура. Вращая правый винт по направлению тока, получаем поступательное движение винта по направлению магнитного момента, т. е. по оси контура вправо.

11. Магнитный момент  $\vec{p}_m$  контура с током ориентирован во внешнем магнитном поле  $\vec{B}$  так, как показано на рисунках. Положение рамки устойчиво, и момент сил, действующих на нее, равен нулю в случае ...

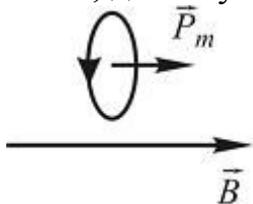


Рис. а

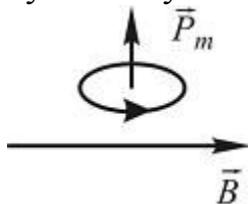


Рис. б

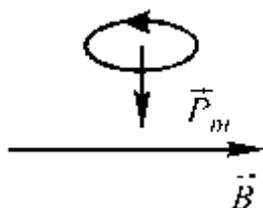


Рис. в

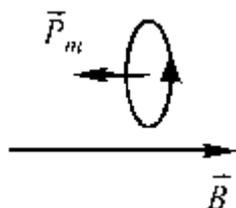
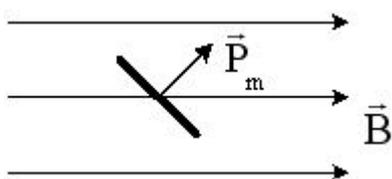


Рис. з

### Решение

На контур с током в однородном магнитном поле действует вращающий момент  $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$ , стремящийся расположить контур таким образом, чтобы вектор его магнитного момента  $\vec{p}_m$  был сонаправлен с вектором магнитной индукции  $\vec{B}$  поля (устойчивое положение). Правильный – рис. а.

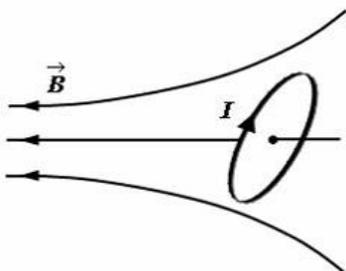
12. Рамка с током с магнитным дипольным моментом, направление которого указано на рисунке, находится в однородном магнитном поле. Момент сил, действующих на диполь, направлен...



противоположно вектору магнитной индукции, по направлению вектора магнитной индукции, перпендикулярно плоскости рисунка к нам, перпендикулярно плоскости рисунка от нас.

### Решение

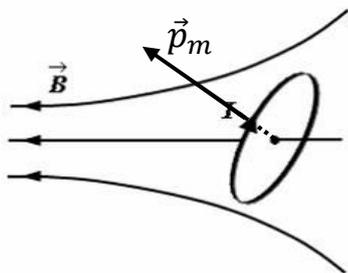
По определению  $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$ . Соединяем вектора началами и вращаем правый винт от  $\vec{p}_m$  к  $\vec{B}$  по кратчайшему пути. Тогда поступательное движение винта направлено перпендикулярно плоскости рисунка от нас.



13. Небольшой контур с током  $I$  помещен в неоднородное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ . Плоскость контура перпендикулярна плоскости чертежа, но не перпендикулярна линиям индукции. Под действием поля контур ...

повернется против часовой стрелки и сместится влево,  
 повернется против часовой стрелки и сместится вправо,  
 повернется по часовой стрелке и сместится вправо повернется по часовой  
 стрелке и сместится влево.

### Решение



По определению  $\vec{p}_m = \vec{n}IS$ ,  $\vec{n}$  — единичный вектор нормали, связанный с направлением тока правилом правого винта, а  $S$  — площадь контура.

На контур с током в однородном магнитном поле действует вращающий момент  $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$ , стремящийся расположить контур таким образом, чтобы вектор его магнитного момента  $\vec{p}_m$  был сонаправлен с вектором магнитной индукции  $\vec{B}$  поля.

Если контур с током находится в неоднородном магнитном поле, то на него действует еще и результирующая сила, под действием которой незакрепленный контур втягивается в область более сильного поля, где больше магнитных густота линий. В соответствии с вышесказанным, контур повернется против часовой стрелки и сместится влево.

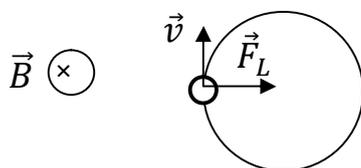
**14.** Протон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции и начинает двигаться по окружности. При увеличении кинетической энергии протона (если  $v \ll c$ ) в 4 раза радиус окружности ...

- увеличится в 2 раза,
- увеличится в 4 раза,
- уменьшится в 2 раза,
- уменьшится в 4 раза.

### Решение

При движении протона в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции на него действует постоянная сила Лоренца, равная

$$F_L = |q|vB\sin(\pi/2) = qvB, q > 0.$$



Так как сила направлена перпендикулярно скорости, то протон движется по окружности. Следовательно, сила Лоренца является центростремительной. Запишем второй закон Ньютона

$$ma = F_L$$

или

$$m \frac{v^2}{R} = qvB_L$$

и радиус окружности, по которой движется протон в магнитном поле, равен

$$R = m \frac{v}{qB}.$$

Из явного выражения для кинетической энергии  $E_k$  получаем ( $v \ll c$ )

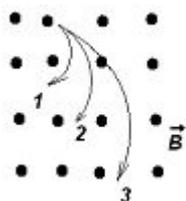
$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}.$$

Тогда

$$R = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \frac{\sqrt{2mE_k}}{qB},$$

и при увеличении кинетической энергии протона в 4 раза радиус окружности увеличится в 2 раза.

**15.** Однозарядные ионы, имеющие одинаковые скорости, влетают в однородное магнитное поле. Их траектории приведены на рисунке:



Наименьшую массу имеет ион, движущийся по траектории ...

1, 2, 3, характеристики траекторий не зависят от массы.

### Решение

Точки на рисунке означают, что вектор  $\vec{B}$  направлен на нас. На заряженную частицу, движущуюся в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, действует сила Лоренца, равная

$$F_L = |q|BV \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = qBV, q > 0.$$

Так как сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы, то траектория частицы – окружность, а сила Лоренца является центростремительной силой

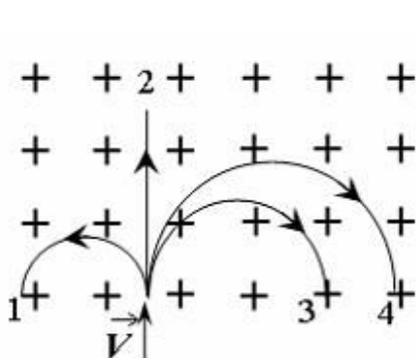
$$\frac{mV^2}{R} = qBV.$$

Тогда

$$R = \frac{mV}{qB}.$$

В данном случае траектории заряженных частиц – дуги окружностей с различающимися радиусами. Так как по условию заряды и скорости всех частиц одинаковы, то радиус окружности прямо пропорционален массе частицы. Так как по рисунку  $R_1 < R_2 < R_3$ , то  $m_1 < m_2 < m_3$ . Наименьшую массу имеет ион, движущийся по траектории 1.

16. На рисунке показаны траектории заряженных частиц, с одинаковой скоростью влетающих в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости рисунка. При этом для зарядов и удельных зарядов частиц верным является утверждение ...



1.  $q_1 > 0, q_2 = 0, \left(\frac{q}{m}\right)_1 > \left(\frac{q}{m}\right)_3 > \left(\frac{q}{m}\right)_4,$
2.  $q_1 > 0, q_2 = 0, \left(\frac{q}{m}\right)_1 < \left(\frac{q}{m}\right)_3 < \left(\frac{q}{m}\right)_4,$
3.  $q_3 < 0, q_4 < 0, \left(\frac{q}{m}\right)_1 < \left(\frac{q}{m}\right)_3 < \left(\frac{q}{m}\right)_4,$
4.  $q_3 > 0, q_4 > 0, \left(\frac{q}{m}\right)_1 > \left(\frac{q}{m}\right)_3 > \left(\frac{q}{m}\right)_4.$

### Решение

Крестики на рисунке означают, что вектор  $\vec{B}$  направлен от нас. Правило левой руки: если пальцы левой руки направить по скорости частицы так, чтобы вектор  $\vec{B}$  входил в ладонь, то отогнутый на  $90^\circ$  большой палец укажет направления силы, действующей на положительную частицу. Из рисунка следует, что  $q_1 > 0, q_2 = 0, q_3 < 0, q_4 < 0$ .

На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца. Из предыдущей задачи следует, что

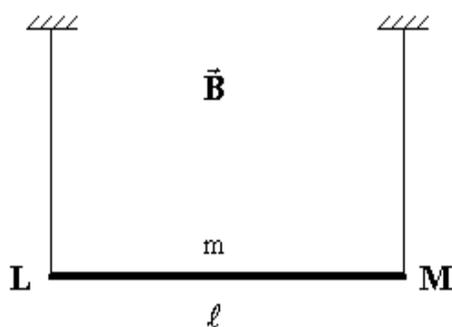
$$R = \frac{mV}{|q|B} = \frac{V}{\frac{|q|}{m}B}$$

В данном случае траектории заряженных частиц – дуги окружностей с различающимися радиусами. Так как по рисунку  $R_1 < R_3 < R_4$ , то

$$\left(\frac{q}{m}\right)_1 > \left(\frac{|q|}{m}\right)_3 > \left(\frac{|q|}{m}\right)_4.$$

Правильный ответ – 1.

17. Проводник массой  $m$ , подвешенный на проводящих нитях, через которые подведен ток, изображен на рисунке. Укажите правильную комбинацию направления вектора магнитной индукции и направления тока в проводнике, чтобы сила натяжения нитей стала равной нулю:



- ток в направлении  $M-L$ , магнитная индукция от нас,
- ток в направлении  $M-L$ , магнитная индукция вверх,
- ток в направлении  $L-M$ , магнитная индукция вниз,
- ток в направлении  $L-M$ , магнитная индукция от нас.

### Решение

Для того чтобы сила натяжения нитей равнялась нулю, необходимо чтобы сила тяжести проводника была скомпенсирована силой Ампера. Следовательно,

сила Ампера направлена вверх вдоль нитей. По правилу левой руки отогнутый на  $90^\circ$  большой палец направлен вверх по силе. Тогда или

ток в направлении  $L-M$  (пальцы по току), магнитная индукция от нас (входит в ладонь) или

ток в направлении  $M-L$  (пальцы по току), магнитная индукция на нас (входит в ладонь).

Следовательно, подходит только последнее утверждение.

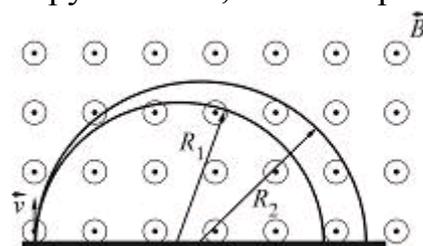
**18.** Пучок однократно ионизированных изотопов магния  $^{24}\text{Mg}$  и  $^{25}\text{Mg}$ , движущихся с одинаковой скоростью, влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Радиусы окружностей, по которым движутся ионы, связаны соотношением

$$1 - R_1 = 24/25 R_2,$$

$$2 - R_1 = 25/24 R_2,$$

$$3 - R_1 = \sqrt{24/25} R_2,$$

$$4 - R_1 = \sqrt{25/24} R_2.$$



### Решение

Точки на рисунке означают, что вектор  $\vec{B}$  направлен на нас. На заряженную частицу, движущуюся в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, действует сила Лоренца, равная

$$F_L = |q|BV \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = qBV, q > 0.$$

Так как сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы, то траектория частицы – окружность, а сила Лоренца является центростремительной силой.

$$\frac{mV^2}{R} = qBV.$$

Тогда

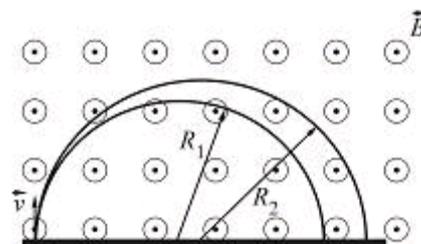
$$R = \frac{mV}{qB}.$$

У однократно ионизированных изотопов магния  $^{24}\text{Mg}$  и  $^{25}\text{Mg}$ , движущихся с одинаковой скоростью, одинаковый заряд, но разная масса. Таким образом

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 V}{qB} \frac{qB}{m_2 V} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{24}{25}.$$

Правильный ответ –  $1 - R_1 = 24/25 R_2$ .

**19.** Пучок однократно ионизированных изотопов магния  $^{24}\text{Mg}$  и  $^{25}\text{Mg}$ , имеющих одинаковый импульс, влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Радиусы окружностей, по которым движутся ионы, связаны соотношением



$$1 - R_1 = 24/25 R_2, \quad 2 - R_1 = 25/24 R_2,$$

$$3 - R_1 = \sqrt{24/25} R_2, \quad 4 - R_1 = R_2.$$

**Решение**

Точки на рисунке означают, что вектор  $\vec{B}$  направлен на нас. На заряженную частицу, движущуюся в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, действует сила Лоренца, равная

$$F_L = |q|BV \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = qBV, q > 0.$$

Так как сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы, то траектория частицы – окружность, а сила Лоренца является центростремительной силой

$$\frac{mV^2}{R} = qBV.$$

Тогда

$$R = \frac{mV}{qB}.$$

У однократно ионизированных изотопов магния  $^{24}\text{Mg}$  и  $^{25}\text{Mg}$ , движущихся с одинаковыми импульсами, одинаковый положительный заряд. Таким образом,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 V_1}{qB} \frac{qB}{m_2 V_2} = \frac{m_1 V_1}{m_2 V_2} = 1.$$

Правильный ответ – 4 –  $R_1 = R_2$ .

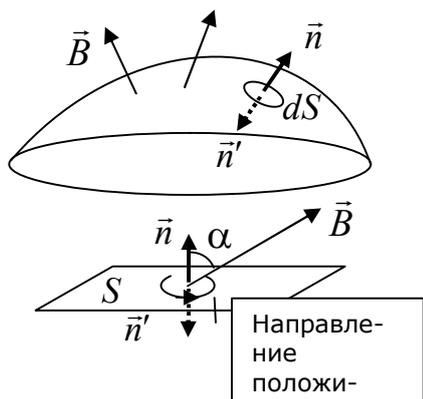
## ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

**Возникновения электрического тока** в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого этим контуром, называется электромагнитной индукцией.

### Природа явления электромагнитной индукции

Магнитная сила Лоренца, переменное вихревое электрическое поле.

**Поток  $\Phi$  вектора  $\vec{B}$**  через произвольную замкнутую поверхность, площадью  $S$ , натянутую на контур.



$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}, \quad d\vec{S} = \vec{n} dS, \quad [\text{Вб}].$$

Если поверхность – плоскость, а магнитное поле однородно ( $\vec{B} = \text{const}$ ), то

$$\Phi = \vec{B} \vec{S} = BS \cos \alpha.$$

$\Phi$  зависит от времени  $t$ , если со временем меняется:

- площадь  $S(t)$  поверхности контура,
- угол  $\varphi(t)$  между векторами  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$ ,
- модуль вектора магнитной индукции  $B(t)$ .

### Теорема Гаусса

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю. Физический смысл: **не существует магнитных зарядов**.

### Закон электромагнитной индукции Фарадея и закон Ома

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad I_i = \frac{\varepsilon_i}{R},$$

где  $\varepsilon_i$  – ЭДС индукции,  $I_i$  – индукционный ток,  $R$  – сопротивление контура. Знак  $\varepsilon_i$  и  $I_i$  определяют только направление тока, по отношению к заранее выбранному направлению положительного обхода контура. Последнее определяется по правилу правого винта при выборе нормали к контуру.

### Правило Ленца

Индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей.

### Взаимоиндукция

Возникновения индукционного тока в одном замкнутом проводящем контуре при изменении тока в другом называется **взаимоиндукцией**.

### **Пример применения правила Ленца при взаимной индукции**

Пусть при изменении магнитного потока через контур меняется только величина магнитного поля. Тогда если величина магнитного поля растет, то индукционный ток в контуре должен быть направлен так, чтобы создавать собственное индукционное магнитное поле, направленное против первоначального. Если величина первоначального магнитного поля падает, то индукционный ток в контуре должен быть направлен так, чтобы создавать собственное индукционное магнитное поле, направленное по первоначальному.

### **Самоиндукция**

Возникновения индукционного электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении тока в нем называется **самоиндукцией**.

### **Пример применения правила Ленца при самоиндукции**

Пусть изменение магнитного потока через контур создается изменением тока в этом же контуре. Тогда если величина тока растет, то индукционный ток в контуре должен быть направлен против первоначального тока, если падает – по первоначальному току.

### **Индуктивность**

Собственный поток  $\Phi$  вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  через поверхность  $S$ , натянутую на контур с током  $I$  равен

$$\Phi = LI, [L] = \text{Гн}.$$

Здесь  $L > 0$  – индуктивность контура, зависит только от **форм и размеров** контура (и **магнитной проницаемости среды  $\mu$** ).

Индуктивность соленоида длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где  $n = \frac{N}{l}$  – плотность числа витков,  $N$  – число витков,  $V = lS$ ,  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.

### **Закон электромагнитной индукции Фарадея для самоиндукции**

Так как  $\Phi = LI$ , то

$$\varepsilon_{\vec{s}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Если ток меняется линейно со временем, то

$$\varepsilon_{\vec{s}} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

## Тесты с решениями

**1.** В магнитное поле, изменяющееся по закону  $B = 0,1 \cos 4\pi t$ , помещена квадратная рамка со стороной  $a = 10$  см. Нормаль к рамке совпадает с направлением изменения поля. ЭДС индукции, возникающая в рамке в момент времени  $t = 0,25$  с, равна...

$1,26 \cdot 10^{-3} \text{ В}, \quad 0, \quad 12,6 \text{ В}, \quad 12,6 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$

### Решение

Так как значения  $B = 0,1 \cos 4\pi t$  могут быть отрицательными, то это, видимо, проекция вектора на ось, например  $OY$ , т. е.

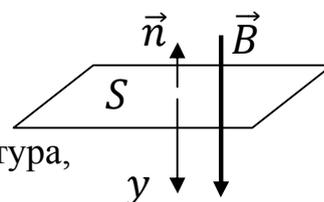
$$B_y = 0,1 \cos 4\pi t.$$

В начальный момент  $B_y$  положительно и максимально, т. е. направлено по оси. Выберем направление оси  $OY$  вниз. Тогда вектор изменения  $\vec{B}(t) - \vec{B}(0)$ , а значит и нормаль к горизонтально расположенной рамке  $\vec{n}$ , направлен всегда вверх. Закон электромагнитной индукции

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где, для случая однородного поля и плоской поверхности контура,

$$\Phi = \vec{B}\vec{S} = \vec{B}\vec{n}S = B_y n_y S = -0,1 \cos 4\pi t a^2.$$



Тогда

$$\varepsilon = -4\pi(-0,1) a^2 \sin 4\pi t = 0,4\pi a^2 \sin 4\pi t.$$

В момент  $t = 0,25$  с

$$\varepsilon = 0,4\pi a^2 \sin 4\pi \cdot 0,25 = 0,4\pi a^2 \sin \pi = 0(\text{с}).$$

**Примечание.** Для данной задачи направление  $\vec{n}$  не важно.

**2.** Индуктивность контура зависит от ...

1 – материала, из которого изготовлен контур,

2 – скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром,

**3 – формы и размеров контура, магнитной проницаемости среды,**

4 – силы тока, протекающего в контуре.

### Решение

Правильный ответ – 3.

**3.** Через контур, индуктивность которого  $L = 0,02$  Гн, течет ток, изменяющийся по закону  $I = 0,5 \sin 500t$ . Амплитудное значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре, равно ...

$0,5 \text{ В}, \quad 500 \text{ В}, \quad 5 \text{ В}, \quad 0,01 \text{ В}.$

## Решение

Закон электромагнитной индукции

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где, для контура с индуктивностью  $L$ , имеем

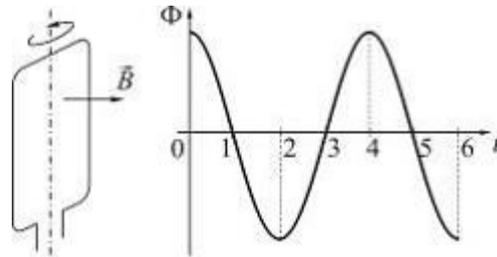
$$\Phi = LI.$$

Тогда

$$\varepsilon = -L \cdot 0,5 \cdot 500 \cos 500t = -0,02 \cdot 0,5 \cdot 500 \cos 500t = -5 \cos 500t.$$

Таким образом, амплитудное значение  $\varepsilon$  равно 5В.

4. Проводящая рамка вращается с постоянной угловой скоростью в однородном магнитном поле вокруг оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной вектору индукции  $\vec{B}$  (см. рисунок). На рисунке также представлен график зависимости от времени потока вектора магнитной индукции, пронизывающего рамку.



Если максимальное значение магнитного потока  $\Phi_m = 2$  мВб, а время измерялось в секундах, то закон изменения со временем ЭДС индукции имеет вид ...

$$\varepsilon_i = \pi \cdot 10^{-3} \sin 0,5\pi t,$$

$$\varepsilon_i = \pi \cdot 10^{-3} \cos 0,5\pi t,$$

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 10^{-3} \cos \pi t,$$

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 10^{-3} \sin \pi t.$$

## Решение

В соответствии с законом Фарадея для электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Чтобы найти закон изменения ЭДС индукции со временем, необходимо знать зависимость от времени магнитного потока, пронизывающего рамку. Из приведенного графика следует, что

$$\Phi(t) = \Phi_m \cos \frac{2\pi}{T} t = 2 \cdot 10^{-3} \cos 0,5\pi t,$$

так как  $T = 4$  с. ( На графике, видимо, все дано в системе СИ.) Тогда

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = 2 \cdot 0,5\pi \cdot 10^{-3} \sin 0,5\pi t = \pi \cdot 10^{-3} \sin 0,5\pi t.$$

5. На рисунке представлена зависимость магнитного потока, пронизывающего некоторый контур, от времени:

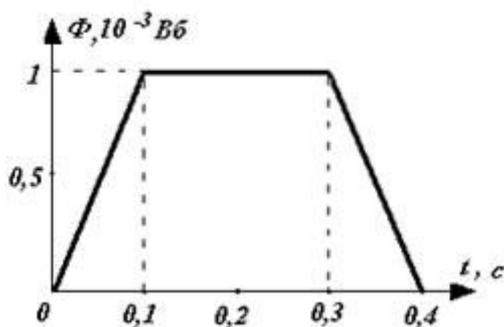
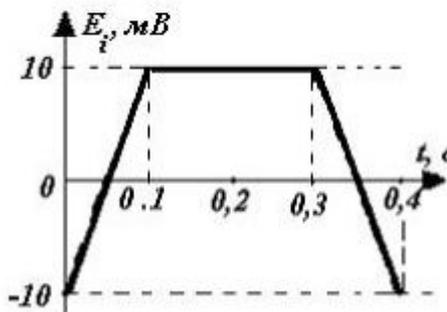
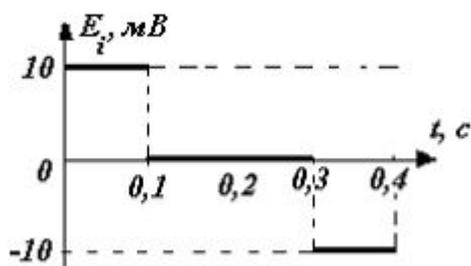
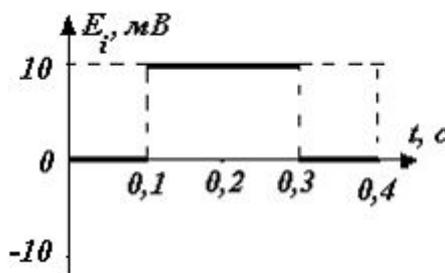
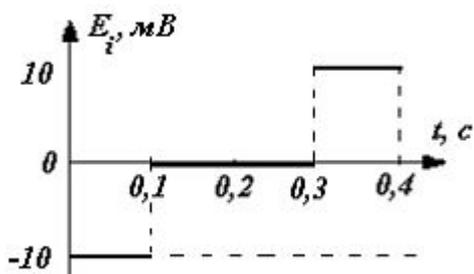


График зависимости ЭДС индукции в контуре от времени представлен на рисунке ...



### Решение

По закону электромагнитной индукции Фарадея

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Так как на первом временном участке функция  $\Phi(t)$  возрастает, то  $\Phi'(t)$  положительна, а  $\varepsilon(t)$  отрицательна. На среднем временном участке, где  $\Phi(t) = \text{const}$ ,  $\varepsilon(t) = 0$ , и на последнем временном участке, где функция  $\Phi(t)$  убывает,  $\Phi'(t)$  отрицательна, а  $\varepsilon(t)$  положительна. Таким образом, правильный график – на первом рисунке.

6. Сила тока, протекающего в катушке, изменяется по закону  $I = 1 - 0,2t^2$ . Если при этом на концах катушки в момент времени 5 с. наводится ЭДС самоиндукции величиной  $\varepsilon_5 = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ В}$ , то индуктивность катушки (в Гн) равна ...

0,01    0,2    0,1    0,02

### Решение

ЭДС самоиндукции, возникающая в контуре при изменении в нем силы тока  $I$ , определяется по формуле

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt},$$

где  $L$  – индуктивность контура. Таким образом, ЭДС самоиндукции равна

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d}{dt}(1 - 0,2t^2) = -L(-0,4t) = 0,4Lt.$$

Следовательно,

$$L = \frac{\varepsilon_s}{0,4t} = \frac{2,0 \cdot 10^{-2}}{0,4 \cdot 5} = 0,01 \text{ Гн.}$$

7. Проводящий плоский контур площадью  $100 \text{ см}^2$  расположен в магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Если магнитная индукция изменяется по закону  $B = (2 - 3t^2) \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$ , то ЭДС индукции (в мВ), возникающая в контуре в момент времени  $t = 2 \text{ с}$ , равна ...  $\pm 0,12$ .

### Решение

В соответствии с законом Фарадея для электромагнитной индукции электродвижущая сила индукции в замкнутом проводящем контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

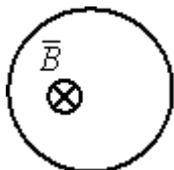
Поскольку плоскость контура перпендикулярна линиям магнитной индукции,  $\Phi = BS \cos \alpha = \pm BS$  (в зависимости от направления вектора нормали  $\alpha = 0^\circ$  или  $\alpha = 180^\circ$ ), где  $S$  – площадь контура. Таким образом,

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - \left( \pm S \frac{dB}{dt} \right) = \mp 10^{-2} 6t \cdot 10^{-3}.$$

В момент  $t = 2 \text{ с}$

$$\varepsilon_i = \mp 6t \cdot 10^{-5} = \mp 12 \cdot 10^{-5} = \mp 12 \cdot 10^{-2} (\text{мВ}) = \mp 0,12 (\text{мВ}).$$

8. Проводник в форме кольца помещен в однородное магнитное поле, как показано на рисунке. Индукция магнитного поля уменьшается со временем. Индукционный ток в проводнике направлен ...



для однозначного ответа недостаточно данных,

ток в кольце не возникает,

по часовой стрелке,

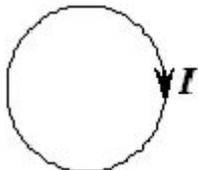
против часовой стрелки.

### Решение

Так как изменение магнитного потока через контур происходит только за счет уменьшения величины магнитного поля, то, по правилу Ленца, индукционный ток должен быть направлен так, чтобы своим полем противодействовать

этому уменьшению, т. е. по направлению поля. Чтобы магнитное поле индукционного тока в центре витка было направлено от нас необходимо, по правилу правого винта, чтобы ток был направлен по часовой стрелке. (Если вращать правый винт по направлению тока в контуре, то поступательное движение правого винта укажет направление вектора магнитной индукции этого тока).

9. Сила тока в проводящем круговом контуре индуктивностью 100 мГн изменяется с течением времени по закону  $I = (3 + 0,1t^3)$  (в единицах СИ):



Абсолютная величина ЭДС самоиндукции в момент времени 2 с равна... ; при этом индукционный ток направлен ...

**0,12 В; против часовой стрелки,**

0,38 В; против часовой стрелки,

0,12 В; по часовой стрелке,

0,38 В; по часовой стрелке.

### Решение

ЭДС самоиндукции, возникающая в контуре при изменении в нем силы тока  $I$ , определяется по формуле

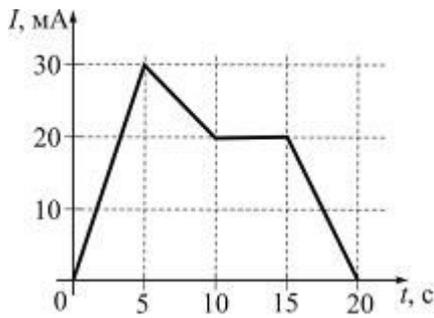
$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt},$$

где  $L$  – индуктивность контура. Знак минус в формуле соответствует правилу Ленца: индукционный ток направлен так, что противодействует изменению тока в цепи: замедляет его возрастание или убывание. Таким образом, ЭДС самоиндукции равна

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d}{dt}(3 + 0,1t^3) = -0,3Lt^2 = -0,3 \cdot 0,1 \cdot 4 = -0,12 \text{ В}.$$

Абсолютная величина ЭДС самоиндукции равна 0,12 В, индукционный ток, так же, как  $\varepsilon_s$ , отрицателен. Значит он направлен против тока, указанного на рисунке, т. е. против часовой стрелки. Направление индукционного тока можно было определить до расчета ЭДС. Раз ток, меняющий магнитный поток через контур, увеличивается, то индукционный ток в этом же контуре должен быть направлен против этого тока, т. е. против часовой стрелки.

10. На рисунке показана зависимость силы тока от времени в электрической цепи с индуктивностью 1 мГн. Модуль среднего значения ЭДС самоиндукции в интервале от 0 до 5 с (в мкВ) равен ... **6 мкВ**.



**Решение**

В соответствии с законом Фарадея модуль среднего значения электродвижущей силы самоиндукции равен

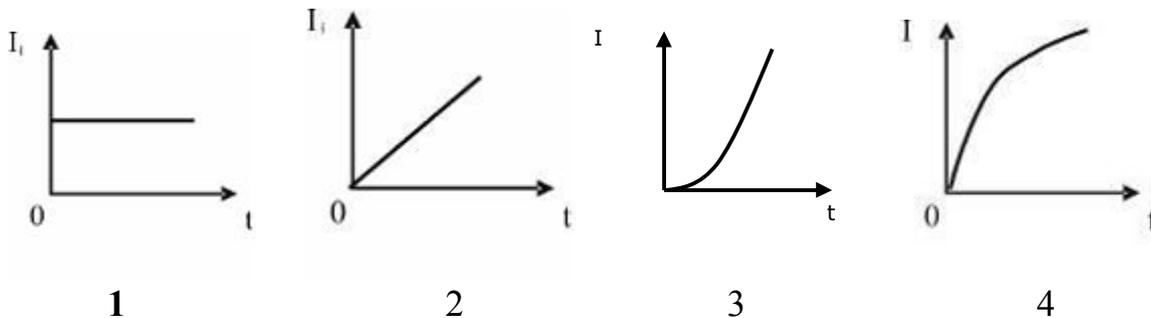
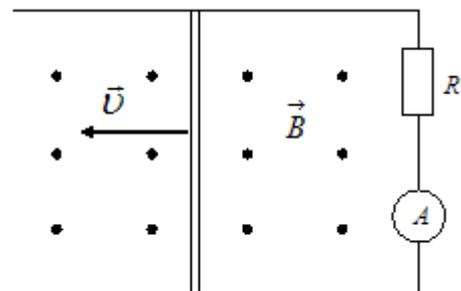
$$|\varepsilon_s| = \left| -L \frac{dI}{dt} \right|.$$

Так как зависимость тока от времени на данном участке линейна, то ЭДС – величина постоянная и среднее значение всегда равно мгновенному. Тогда

$$|\varepsilon_s| = L \left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right| = 10^{-3} \frac{30 \cdot 10^{-3}}{5} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ В} = 6 \text{ мкВ}.$$

Изменение тока  $\Delta I$  в интервале от 0 до 5 с равно 30 мА (находится из графика).

11. По параллельным металлическим проводникам, расположенным в однородном магнитном поле, с постоянной скоростью перемещается проводящая перемычка, длиной  $l$  (см. рис.). Если сопротивлением перемычки и направляющих можно пренебречь, то зависимость индукционного тока от времени можно представить графиком ...



### Решение

По определению

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}, \quad I_i = \frac{\varepsilon_i}{R}.$$

Для однородного поля, перпендикулярного плоскому контуру, при разном выборе вектора нормали имеем

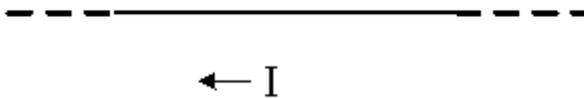
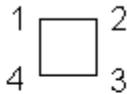
$$\Phi = \pm BS(t).$$

Так как скорость постоянна, то площадь контура с подвижной перемычкой длиной  $l$  равна  $S = l \cdot a = l \cdot (vt)$ , где  $a$  – путь перемычки за время  $t$ . Найдем зависимость от времени модуля силы тока, так как нас не интересует его направление

$$|I_i| = \frac{|\varepsilon_i|}{R} = \left| \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| \frac{B}{R} \frac{dS}{dt} \right| = \frac{B}{R} \frac{d(vlt)}{dt} = \frac{Bvl}{R} = \text{const}.$$

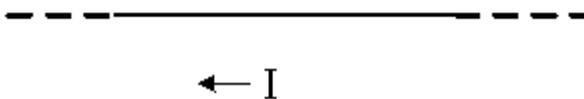
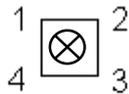
Правильный график на рис. 1.

12. Длинный проводник с током, около которого находится небольшая рамка, показан на рисунке. При выключении в проводнике тока заданного направления, в рамке



- 1 возникает индукционный ток в направлении 1–2–3–4,
- 2 возникает индукционный ток в направлении 4–3–2–1,
- 3 индукционного тока не возникает.

### Решение



Определяем по правилу правого винта направление вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  поля проводника с током в плоскости рамки. Получаем, что  $\vec{B}$  направлено за плоскость рисунка. (Поступательное движение правого винта по току, тогда вращательное покажет на-

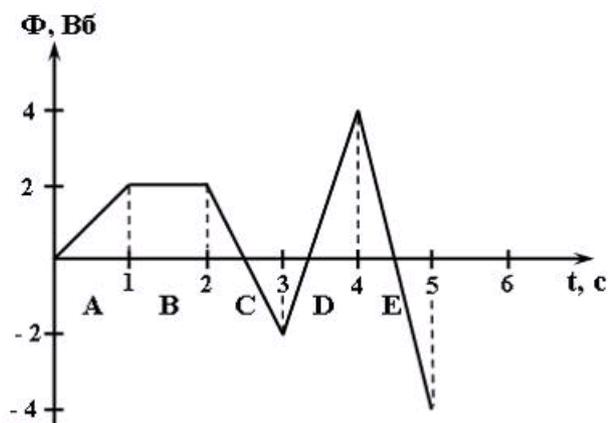
правление линии вектора магнитной индукции, а значит и самого вектора  $\vec{B}$ ).

Так как сила тока уменьшается при выключении, то вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ , не меняя направления, уменьшается по величине.

По правилу Ленца получаем, что вектор магнитной индукции возникшего в контуре индукционного тока должен быть направлен также за плоскость рисунка. Тогда, по правилу правого винта, получаем, что в рамке такой индукционный ток должен протекать по часовой стрелке, т. е. в направлении 1–2–3–4.

**13.** Зависимость магнитного потока, пронизывающего некоторый замкнутый контур, от времени представлена на рисунке. ЭДС индукции в контуре отрицательна и по величине максимальна на интервале

1 – А,            2 – С,            3 – D,            4 – Е,            5 – В.



**Решение**

**Примечание.** Считаем, что «по величине» означает модуль.

По определению

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

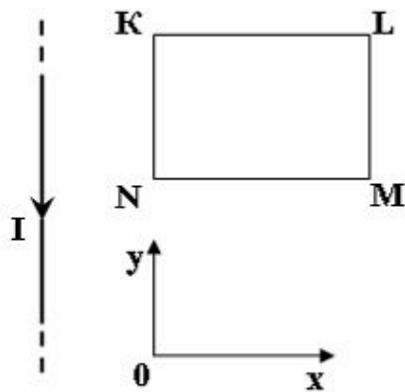
Так как зависимость  $\Phi(t)$  линейна на каждом участке, то

$$\varepsilon_i = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Так как  $\Delta t$  везде положительна, то, чтобы  $\varepsilon_i$  была отрицательна, надо чтобы  $\Delta\Phi$  была положительна, т. е. последующее по времени значение больше предыдущего. Это имеет место только на участках А, В и D. (На участке В  $\Delta\Phi = 0$ ).

Так как  $\Delta t$  везде одинакова, то, чем больше  $\Delta\Phi$  тем больше  $\varepsilon_i$  по величине (модулю), т. е. это участок D.

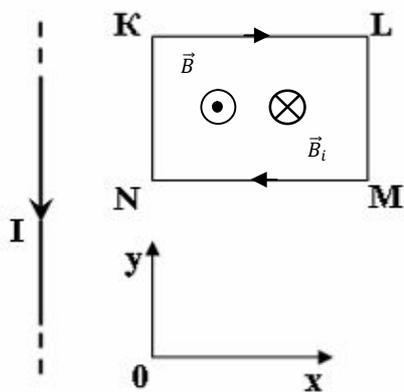
**14.** Прямоугольная проволочная рамка расположена в одной плоскости с прямолинейным длинным проводником, по которому течет ток  $I$ . Индукционный ток в рамке будет направлен по часовой стрелке при ее ...



поступательном перемещении в отрицательном направлении оси  $Ox$ ,  
 поступательном перемещении в положительном направлении оси  $Ox$ ,  
 поступательном перемещении в положительном направлении оси  $Oy$ ,  
 вращении вокруг оси, совпадающей с длинным проводником.

### Решение

При изменении магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную замкнутым проводящим контуром, в нем возникает индукционный ток. Согласно правилу Ленца индукционный ток имеет такое направление, что его магнитное поле противодействует изменению магнитного потока.



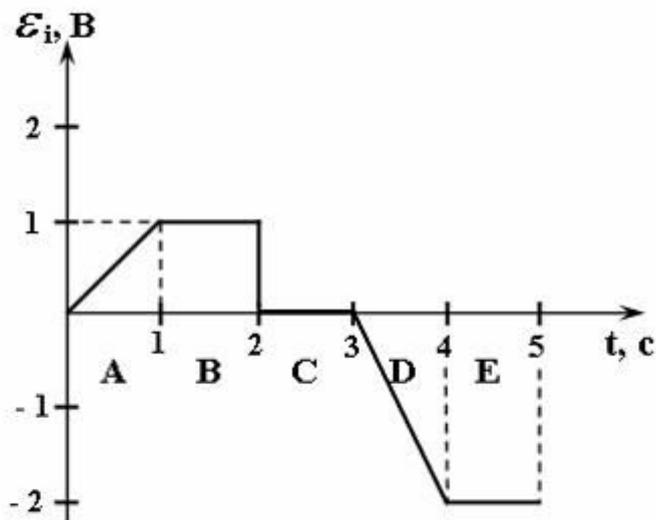
При перемещении контура вдоль оси  $Oy$  магнитный поток не меняется, т. е. индукционный ток не возникает. При перемещении контура вдоль оси  $Ox$  магнитный поток меняется за счет изменения величины магнитного поля в пространстве, занимаемом контуром, так как поле уменьшается с увеличением расстояния до проводника с током и наоборот.

Если индукционный ток направлен по часовой стрелке, то по правилу правого винта магнитное поле индукционного тока направлено перпендикулярно плоскости от нас.

Магнитное поле прямолинейного проводника с током по правилу правого винта внутри рамки направлено перпендикулярно плоскости контура к нам.

Если поле индукционного тока в контуре направлено против поля в контуре, созданного прямолинейным проводником с током, значит последнее возросло при движении контура вдоль оси  $Ox$ . Таким образом, контур двигался к проводнику с током, т. е. вдоль отрицательного направления оси  $Ox$ .

15. На рисунке представлена зависимость ЭДС индукции в контуре от времени. Магнитный поток сквозь площадку, ограниченную контуром, увеличивается со временем по линейному закону в интервале ...



Е  
В  
А  
D  
С

### Решение

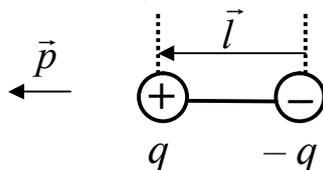
В соответствии с законом Фарадея для электромагнитной индукции электродвижущая сила индукции в замкнутом проводящем контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Следовательно, если магнитный поток увеличивается со временем по линейному закону (т. е. производная положительна и постоянна), то ЭДС индукции будет равна отрицательной постоянной величине, что имеет место в интервале Е.

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

Диполь и его электрический (дипольный) момент  $\vec{p} = q\vec{l}$ .



Диполь – простейшая электрическая модель молекулы вещества.

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i,$$

где  $\vec{p}_i$  – электрический (дипольный) момент  $i$  молекулы,  $N$  – число молекул в объеме  $\Delta V$ ,  $\vec{P}$  – **вектор поляризации диэлектрика (поляризованность диэлектрика)**, электрический (дипольный) момент единицы объема диэлектрика.

Классификация диэлектриков: **неполярные, полярные, сегнетоэлектрики.**

### Неполярные диэлектрики

**Без внешнего поля  $\vec{E}_0$**  (вектор напряженности электрического поля).

Состоят из неполярных молекул, у которых центры положительного и отрицательного зарядов совпадают ( $\vec{l} = 0$ ). Поэтому

$$\vec{p}_i = 0, \vec{P} = 0, \vec{E}' = 0. \vec{E}' - \text{собственное поле диэлектрика.}$$

**В поле  $\vec{E}_0$**  (электронная (деформационная) поляризация молекул).

Положительные и отрицательные центры зарядов в молекуле расходятся в разные стороны ( $\vec{l} \neq 0$ ), так что дипольные моменты молекул ориентируются **строго по полю (индуцированные дипольные моменты)**. Поэтому

$$\vec{p}_i \neq 0, \vec{P} \neq 0, \vec{E}' \neq 0.$$

$$\vec{p}_i \uparrow \uparrow \vec{E}_0, \vec{P} \uparrow \uparrow \vec{E}_0, \vec{E}' \uparrow \downarrow \vec{E}_0, \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \uparrow \uparrow \vec{E}_0, \text{ где } \frac{E_0}{\varepsilon} < E_0, \varepsilon > 1. \vec{E} - \text{результ}$$

рующее поле в диэлектрике,  $\varepsilon$  – безразмерная диэлектрическая проницаемость вещества. Диэлектрик втягивается в область более сильного поля.

### Электронная (деформационная) поляризация неполярных молекул, диэлектрическая восприимчивость $\chi$ и проницаемость $\varepsilon$ среды

Пусть  $\alpha_{\text{эл}}$  – электронная поляризуемость молекулы. Для сферических молекул  $\alpha_{\text{эл}} = a^3 = V$ , где  $a$  – радиус молекулы,  $V$  – объем. Тогда – для газа неполярных молекул

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \alpha_{\text{эл}} n,$$

где  $n$  – концентрация молекул;

– для плотного газа, жидкости и кристаллов кубической сингонии

$$\varepsilon = 1 + \chi = \frac{1 + \frac{2}{3}\alpha_{эл}n}{1 - \frac{1}{3}\alpha_{эл}n}.$$

Таким образом,  $\varepsilon$  и  $\chi$  не зависят от температуры и поля, а зависят от поляризуемости молекул, т. е. от их объема и концентрации.

### Полярные диэлектрики

#### Без внешнего поля $\vec{E}_0$

Состоят из полярных молекул. Центры положительных и отрицательных зарядов не совпадают ( $\vec{l} \neq 0$ ). Поэтому

$\vec{p}_i \neq 0$ .  $\vec{P} = 0$ ,  $\vec{E}' = 0$  – из-за теплового разупорядочения молекул.

#### В поле $\vec{E}_0$ (ориентационная поляризация молекул)

Происходит поворот полярных молекул так, что дипольные моменты молекул ориентируются преимущественно (не строго) по полю. Последнее имеет место из-за их теплового разупорядочения. Поэтому

$\vec{p}_i \neq 0$ ,  $\vec{P} \neq 0$ ,  $\vec{E}' \neq 0$ ,

$\vec{p}_i$  приблизительно  $\uparrow\uparrow \vec{E}_0$ ,  $\vec{P} \uparrow\uparrow \vec{E}_0$ ,  $\vec{E}' \uparrow\downarrow \vec{E}_0$ ,  $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \uparrow\uparrow \vec{E}_0$ ,  $E = \frac{E_0}{\varepsilon} < E_0$ ,  $\varepsilon > 1$ .

Диэлектрик втягивается в область более сильного поля.

### Ориентационная поляризация полярных молекул, диэлектрическая восприимчивость $\chi$ и проницаемость $\varepsilon$ среды

При помещении полярной молекулы, имеющей собственный дипольный момент  $p$ , происходит «поворот» молекулы с преимущественной ориентацией момента по полю. Пусть  $\alpha_{ор}$  – ориентационная поляризуемость молекулы.

$$\alpha_{ор} = \frac{p^2}{3\varepsilon_0 kT},$$

где  $p$  – собственный дипольный момент молекулы. Тогда:

– для газа молекул

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \alpha_{ор}n = 1 + \frac{p^2 n}{3\varepsilon_0 kT},$$

– для плотного газа, жидкости и кристаллов кубической сингонии

$$\varepsilon = 1 + \chi = \frac{1 + \frac{2}{3}\alpha_{ор}n}{1 - \frac{1}{3}\alpha_{ор}n} = \frac{1 + \frac{2p^2 n}{9\varepsilon_0 kT}}{1 - \frac{p^2 n}{9\varepsilon_0 kT}}.$$

$\varepsilon$  и  $\chi$  зависят от температуры, концентрации молекул и их дипольного момента, не зависят от поля.

**Электронная поляризация** также имеет место и у **полярных молекул**, но она много меньше **ориентационной**.

Таким образом, в результате помещения диэлектрика в пространство, где есть электростатическое поле, получаем

$$E = \frac{E_0}{\epsilon}, \varphi = \frac{\varphi_0}{\epsilon}, W = \epsilon W_0.$$

$E_0, \varphi_0, W_0$  – напряженность, потенциал и энергия поля без диэлектрика,  $E, \varphi, W$  – с диэлектриком (например, в конденсаторе).

### Поверхностные заряды

При помещении нейтрального однородного диэлектрика во внешнее электрическое поле на его граничных поверхностях возникают разноименные **поверхностные заряды**  $q'$  (в целом диэлектрик электронейтрален). Они и создают собственное электрическое поле диэлектрика.

$$\sigma' = -\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \sigma.$$

$\sigma, \sigma'$  – поверхностные плотности зарядов на обкладках проводника (конденсатора) и на расположенных рядом поверхностях диэлектрика.

### Зависимость вектора поляризации $\vec{P}$ от электрического поля $\vec{E}$ в диэлектрике

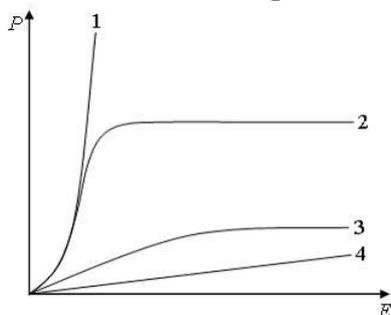
В простейшем случае для однородных диэлектриков и малых значений  $\vec{E}$  имеет место **линейная (прямо пропорциональная)** зависимость по полю

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E} = (\epsilon - 1) \epsilon_0 \vec{E},$$

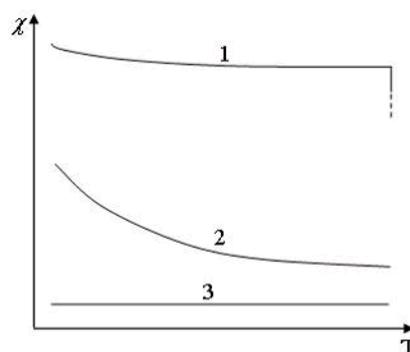
где  $\chi = \epsilon - 1 > 0, \epsilon_0$  – электрическая постоянная.  $\vec{P} \uparrow \uparrow \vec{E}$ .

Для больших значений  $\vec{E}$  и небольших  $T$  имеет место явление **насыщения для полярных молекул**, т. е. достижения максимально возможного значения вектора поляризации, когда все молекулы повернуты своими дипольными моментами строго по полю. Для неполярных молекул явления насыщения нет. **Насыщение для сегнетоэлектрика** много больше, чем для полярных молекул.

- 2 – сегнетоэлектрики
- 3 - полярные диэлектрики
- 4 - неполярные диэлектрики



- 1 – сегнетоэлектрики
- 2 - полярные диэлектрики
- 3 - неполярные диэлектрики

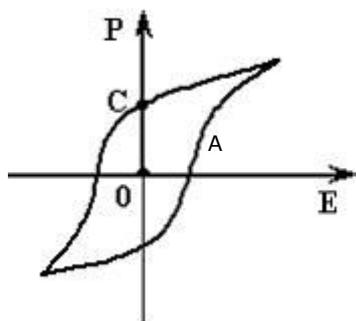


## Сегнетоэлектрики (ферроэлектрики)

– обладают собственным, без внешнего электрического поля, **вектором поляризации (спонтанная поляризация)**, т. е. являются источниками электрического поля (аналогия с ферромагнетиками).

–  $\chi = \chi(E)$ ,  $\varepsilon = \varepsilon(E)$  и  $P = \chi(E)\varepsilon_0 E$  являются **нелинейными** по  $E$  и **многозначными** (при одном и том же  $E$  несколько значений функций), так как имеет место явление **гистерезиса**.  $\chi$  и  $\varepsilon$  **зависят** от температуры.

–  $\chi$  и  $\varepsilon$  могут быть очень большими (тысячи).



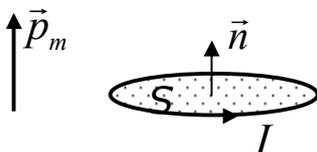
**Названия участков кривой гистерезиса:**

OC – остаточная поляризованность (поляризация),

OA – коэрцитивная сила.

Сегнетоэлектрик состоит из разных областей (доменов) с одинаковой ориентацией молекул в них, т. е. с ненулевой поляризацией. С ростом величины внешнего поля происходит переориентация вдоль поля все большего числа доменов. При нагреве, после достижения **температуры Кюри**, сегнетоэлектрик переходит в обычный диэлектрик.

**Виток с током (магнитный диполь) и его магнитный момент  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ .**



$\vec{n}, I, S$  – вектор нормали, сила тока и площадь витка с током. Виток с током – простейшая **магнитная модель атома (молекулы)**.

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{m_i},$$

где  $\vec{p}_{m_i}$  магнитный момент  $i$  атома,  $N$  – число атомов в объеме  $\Delta V$ ,  $\vec{J}$  – **вектор намагниченности (магнитный момент единицы объема)**.

Классификация магнетиков: **диа-, пара- и ферромагнетики.**

**Диамагнетики (отталкиваются магнитным полем)**

**Без внешнего поля  $\vec{B}_0$  (вектор магнитной индукции)**

$\vec{p}_{m_i} = 0$ ,  $\vec{J} = 0$ ,  $\vec{B}' = 0$  – собственное поле магнетика.

**В поле  $\vec{B}_0$**

Под действием поля индуцируется ненулевой магнитный момент  $\vec{p}_{m_i}$  у каждого атома, **строго против** поля, поэтому

$$\vec{p}_{m_i} \neq 0, \vec{J} \neq 0, \vec{B}' \neq 0,$$

$\vec{p}_{m_i} \uparrow \downarrow \vec{B}_0, \vec{J} \uparrow \downarrow \vec{B}_0, \vec{B}' \uparrow \downarrow \vec{B}_0, \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \uparrow \uparrow \vec{B}_0, \forall \mu B_0 < B_0, \mu \lesssim 1. \vec{B}$  – результирующее поле в магнетике,  $\mu$  – безразмерная магнитная проницаемость вещества.

### Магнитная восприимчивость $\chi_m$ и проницаемость $\mu$ диамагнетиков

$\chi_m$  и  $\mu$  от температуры  $T$  и поля  $B$  не зависят.

$$\chi_m < 0, \text{ мало } (-10^{-6} \div -10^{-5}), \mu = 1 + \chi_m \lesssim 1.$$

### Парамагнетики (втягиваются в магнитное поле)

Без внешнего поля  $\vec{B}_0$ .

Атом обладает ненулевым магнитным моментом  $\vec{p}_{m_i}$ . Поэтому

$$\vec{p}_{m_i} \neq 0, \vec{J} = 0, \vec{B}' = 0 \text{ – из-за теплового разупорядочения атомов.}$$

В поле  $\vec{B}_0$ .

Внешнее магнитное поле оказывает ориентирующее действие на магнитные моменты, устанавливая их преимущественно по направлению внешнего поля. Поэтому

$$\vec{p}_{m_i} \neq 0, \vec{J} \neq 0, \vec{B}' \neq 0,$$

$$\vec{p}_{m_i} \sim \uparrow \uparrow \vec{B}_0, \vec{J} \uparrow \uparrow \vec{B}_0, \vec{B}' \uparrow \uparrow \vec{B}_0, \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \uparrow \uparrow \vec{B}_0, \forall \mu B_0 > B_0, \mu \gtrsim 1.$$

### Магнитная восприимчивость $\chi_m$ и проницаемость $\mu$ парамагнетиков

$$\chi_m = \frac{\text{const}}{T}, \mu = 1 + \chi_m = 1 + \frac{\text{const}}{T}, \text{ от поля } B \text{ не зависят.}$$

$$\chi_m > 0, \text{ мало } (10^{-5} \div 10^{-3}), \mu = 1 + \chi_m \gtrsim 1.$$

Диамагнитные свойства есть у любого магнетика, в том числе у парамагнетика, но они много меньше парамагнитных.

Таким образом, в результате помещения магнетика в пространство, где есть магнитное поле, получаем

$$B = \mu B_0, \not\equiv \mu W_0, \not\equiv \mu L_0.$$

$B_0, W_0, L_0$  – магнитная индукция и энергия поля без магнетика, индуктивность соленоида без магнетика.  $B, W, L$  – магнитная индукция и энергия поля с магнетиком, индуктивность соленоида с магнетиком.

### Поверхностные токи

При помещении однородного магнетика во внешнее магнитное поле на его граничных поверхностях возникают **поверхностные (молекулярные) токи  $I'$** . Они и создают собственное магнитное поле магнетика.

Введем дополнительный вектор  $\vec{H}$  – **напряженность магнитного поля**, связанный с (суммарным) полем  $\vec{B}$  в магнетике.

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad \text{или} \quad \vec{H} = \vec{B}/\mu\mu_0.$$

### Зависимость вектора намагниченности $\vec{J}$ от напряженности магнитного поля $\vec{H}$ в магнетике

В простейшем случае для однородных диа- и парамагнетиков и малых значений  $\vec{H}$  имеет место **линейная (прямо пропорциональная)** зависимость по полю

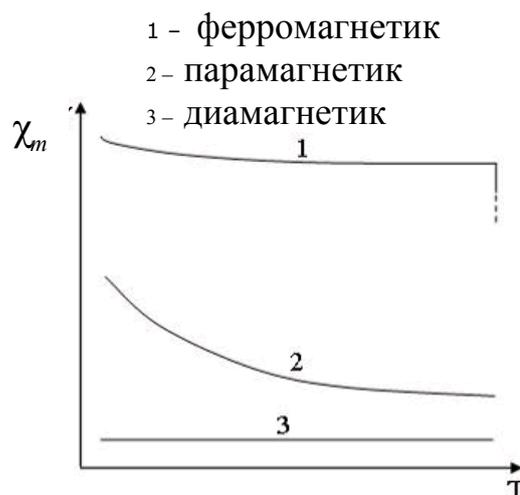
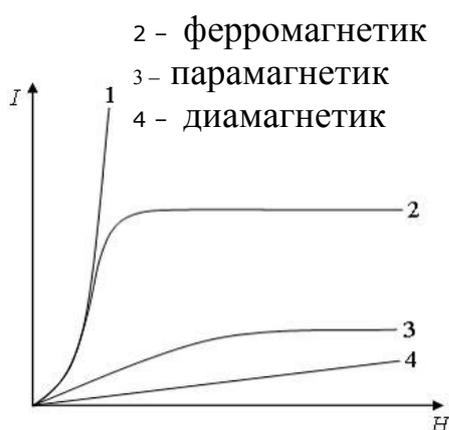
$$\vec{J} = \chi_m\mu_0\vec{H},$$

где  $\chi_m$  и  $\mu$  не зависят от  $H$ ,  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

Для **диамагнетиков**  $\chi_m < 0$  и  $\vec{J} \uparrow\downarrow \vec{H}$  ( $\vec{J} \uparrow\downarrow \vec{B}_0, \vec{B}$ ),

Для **парамагнетиков**  $\chi_m > 0$  и  $\vec{J} \uparrow\uparrow \vec{H}$  ( $\vec{J} \uparrow\uparrow \vec{B}_0, \vec{B}$ ).

Для больших значений  $H$  и небольших  $T$  для парамагнетиков имеет место явление насыщения, т. е. достижения максимально возможного значения вектора намагниченности, когда все атомы повернуты своими магнитными моментами строго по полю. Для диамагнетиков явления насыщения нет. Насыщение для ферромагнетиков много больше, чем для парамагнетиков



На рисунке модуль вектора намагниченности обозначен как  $I$ .

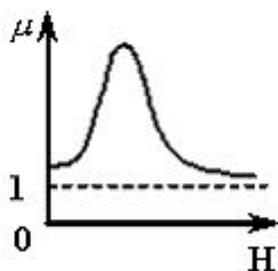
## Ферромагнетики

– обладают **собственным**, без внешнего магнитного поля, **вектором намагниченности (спонтанное намагничивание)**, т. е. являются источниками магнитного поля, постоянными магнитами (аналогия с сегнето или ферроэлектриками),

–  $\chi = \chi(H)$ ,  $\mu = \mu(H)$ ,  $B = \mu(H)\mu_0 H$  являются **нелинейными** по  $H$  и многозначными (при одном и том же  $H$  несколько значений функций), так как имеет место явление **гистерезиса**.  $\chi_m$  и  $\mu$  **зависят** от температуры,

–  $\chi_m$  и  $\mu$  могут быть очень большими (тысячи).

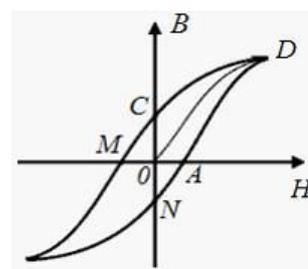
**Вид зависимости  $\mu = \mu(H)$**



**Названия участков кривой гистерезиса**

OC, ON – остаточные индукции

OA, OM – коэрцитивные силы



Ферромагнетик состоит из разных областей (доменов) с одинаковыми магнитными моментами атомов в них, т. е. с ненулевой намагниченностью. С ростом величины внешнего поля происходит переориентация вдоль поля все большего числа доменов. При нагреве, после достижения **температуры Кюри**, ферромагнетик переходит в обычный **парамагнетик**.

## Тесты с ответами

1. Верным для неполярных диэлектриков является утверждение ...

- **диэлектрическая проницаемость неполярных газообразных диэлектриков зависит от поляризуемости атома (молекулы), зависящей только от объема атома (молекулы) и от их концентрации,**
- диэлектрическая восприимчивость неполярных диэлектриков обратно пропорциональна температуре,
- диэлектрическая восприимчивость неполярных диэлектриков прямо пропорциональна напряженности внешнего электрического поля,
- диэлектрическая проницаемость неполярных диэлектриков  $\epsilon < 1$ .

2. Для неполярного диэлектрика справедливы утверждения ...

- **дипольный момент молекул диэлектрика в отсутствие внешнего электрического поля равен нулю,**
- **поляризованность диэлектрика прямо пропорциональна напряженности электрического поля,**
- диэлектрическая восприимчивость диэлектрика обратно пропорциональна температуре.

3. Для полярного диэлектрика справедливы утверждения ...

- дипольный момент молекулы диэлектрика в отсутствии внешнего электрического поля равен нулю,
- **образец диэлектрика в неоднородном внешнем электрическом поле втягивается в область более сильного поля,**
- диэлектрическая восприимчивость обратно пропорциональна температуре.

4. Для сегнетоэлектрика справедливы утверждения ...

- **в определенном температурном интервале имеет место самопроизвольная поляризация в отсутствие внешнего электрического поля.**
- **диэлектрическая проницаемость зависит от напряженности поля.**
- в отсутствии внешнего электрического поля дипольные электрические моменты доменов равны нулю

5. Для ориентационной поляризации диэлектриков характерно ...

- **влияние теплового движения молекул на степень поляризации диэлектрика,**
- расположение дипольных моментов строго по направлению внешнего электрического поля,
- отсутствие влияния теплового движения молекул на степень поляризации ди-

электрика,

– наличие этого вида поляризации у всех видов диэлектриков.

6. Для деформационной (электронной) поляризации диэлектриков характерно ...

– **возникновение у атомов индуцированного дипольного момента под влиянием внешнего электрического поля**

– влияние теплового движения молекул на степень поляризации диэлектрика,

– **наличие этого вида поляризации у всех видов диэлектриков,**

– диэлектрическая проницаемость неполярных диэлектриков  $\epsilon < 1$ .

7. При помещении неполярного диэлектрика в электростатическом поле ...

– происходит ориентирование имевшихся электрических дипольных моментов молекул: вектор поляризованности образца направлен против направления внешнего поля,

– происходит ориентирование имевшихся электрических дипольных моментов молекул: вектор поляризованности образца направлен по направлению внешнего поля,

– **в образце присутствуют только индуцированные упругие электрические дипольные моменты атомов, вектор поляризованности образца направлен по направлению внешнего поля,**

– в образце присутствуют только индуцированные упругие электрические дипольные моменты атомов: вектор поляризованности образца направлен против направления внешнего поля.

8. При помещении диэлектрика в электрическое поле напряженность электрического поля внутри бесконечного однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  ...

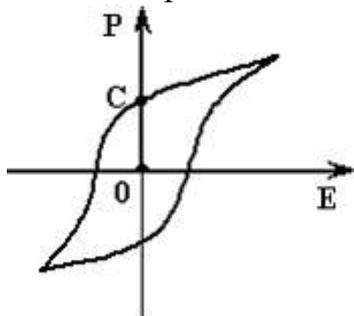
остается неизменной,

остается равной нулю,

увеличивается в  $\epsilon$  раз,

**уменьшается в  $\epsilon$  раз.**

9. На рисунке показана зависимость поляризованности  $P$  в сегнетоэлектрике от напряженности  $E$  внешнего электрического поля:



Участок ОС соответствует ...

**остаточной поляризации сегнетоэлектрика,**

спонтанной поляризации сегнетоэлектрика,

коэрцитивной силе сегнетоэлектрика,

поляризации насыщения сегнетоэлектрика.

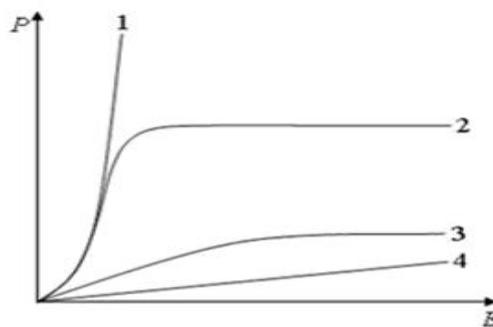
**10.** Явление гистерезиса, т. е. запаздывания изменения поляризованности от изменения напряженности внешнего электрического поля, имеет место в ...

- сегнетоэлектриках,
- полярных диэлектриках,
- неполярных диэлектриках,
- любых диэлектриках.

**11.** На рисунке приведены качественные зависимости поляризованности диэлектрика  $P$  от напряженности электрического поля  $E$ .

Укажите зависимость, соответствующую:

- 1) полярным диэлектрикам,
- 2) неполярным диэлектрикам,
- 3) сегнетоэлектрикам,
- 4) диэлектрикам, молекулы которых обладают дипольным моментом в отсутствие электрического поля,
- 5) диэлектрикам, молекулы которых не имеют дипольного момента в отсутствие электрического поля,
- 6) диэлектрикам, диэлектрическая восприимчивость которых не зависит от температуры,
- 7) диэлектрикам, диэлектрическая восприимчивость которых обратно пропорциональна температуре,
- 8) диэлектрикам, не обладающим спонтанной поляризацией в отсутствие поля,
- 9) диэлектрикам, обладающим спонтанной поляризацией в отсутствие поля,
- 10) диэлектрикам, диэлектрическая проницаемость которых нелинейно зависит от температуры и напряженности электрического поля.



**Решение**

1 – 3, 2 – 4, 3 – 2, 4 – 3,2, 5 – 4, 6 – 4, 7 – 3, 8 – 3,4, 9 – 2, 10 – 2.

**12.** Какие из ниже приведенных утверждений справедливы для: сегнетоэлектрика, находящегося при температуре а) выше температуры Кюри: б) ниже температуры Кюри:

- 1) диэлектрическая проницаемость достигает  $\epsilon \approx 10^4$ ,
- 2) диэлектрическая проницаемость составляет несколько единиц,
- 3) сегнетоэлектрик ведет себя как линейный диэлектрик, поляризованность которого прямо пропорциональна напряженности электрического поля,
- 4) наблюдается явление диэлектрического гистерезиса – неоднозначная зависимость поляризованности (вектора поляризации) от внешнего электрического поля,

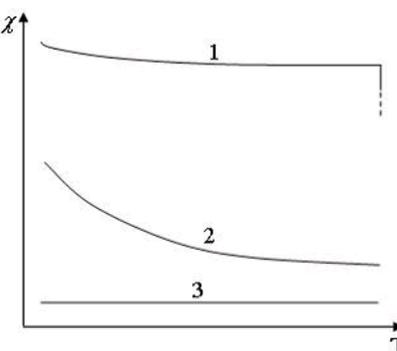
- 5) диэлектрический гистерезис отсутствует,  
 б) диэлектрическая проницаемость зависит от напряженности электрического поля нелинейно,  
 7) диэлектрическая проницаемость линейно зависит от напряженности электрического поля.

**Решение**

1 – б, 2 – а, 3 – а, 4 – б, 5 – а, 6 – б, 7 – б.

13. Укажите зависимость, соответствующую:

полярным диэлектрикам,  
 неполярным диэлектрикам,  
 сегнетоэлектрикам.



**Решение**

1 – сегнетоэлектрик,  
 2 – полярный диэлектрик,  
 3 – неполярный диэлектрик.

14. Присоединенный к источнику тока плоский конденсатор имеет энергию  $W$ . Если между обкладок конденсатора поместить диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , то энергия электрического поля конденсатора станет равной

$$\frac{W}{\epsilon - 1}$$

$$\epsilon W$$

$$(\epsilon - 1)W$$

$$\frac{W}{\epsilon}$$

$$W$$

15. Парамагнетиком является вещество с магнитной проницаемостью ...

$$\mu = 1,00036, \quad \mu = 0,999864, \quad \mu = 2600, \quad \mu = 1.$$

16. Пять веществ имеют различные относительные магнитные проницаемости  $\mu$ . Диамагнетиком среди этих веществ является вещество с магнитной проницаемостью ...

$$\mu = 1,00023, \quad \mu = 100, \quad \mu = 0,9998, \quad \mu = 1, \quad \mu = 2000.$$

17. Для диамагнетика справедливы утверждения:

– магнитный момент молекул диамагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля равен нулю,

- во внешнем магнитном поле диамагнетик намагничивается в направлении, противоположном направлению внешнего поля,
- магнитная проницаемость диамагнетика обратно пропорциональна температуре.

18. Для парамагнетика справедливы утверждения:

- магнитный момент молекул диамагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля отличен от нуля,
- во внешнем магнитном поле диамагнетик намагничивается в направлении внешнего магнитного поля,
- магнитная восприимчивость магнетика не зависит от температуры.

19. Для ферромагнетика справедливы утверждения:

- намагниченность по мере возрастания напряженности магнитного поля достигает насыщения,
- магнитная проницаемость зависит от напряженности магнитного поля,
- при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты доменов равны нулю.

20. При помещении диамагнетика в стационарное магнитное поле....

- происходит ориентирование имевшихся магнитных моментов атомов; вектор намагниченности образца направлен по направлению внешнего поля,
- происходит ориентирование имевшихся магнитных моментов атомов; вектор намагниченности образца направлен против направления внешнего поля,
- у атомов индуцируются магнитные моменты; вектор намагниченности образца направлен по направлению внешнего поля,
- у атомов индуцируются магнитные моменты; вектор намагниченности образца направлен против направления внешнего поля.

21. При помещении парамагнетика в стационарное магнитное поле...

- происходит ориентирование имевшихся магнитных моментов атомов; вектор намагниченности образца направлен по направлению внешнего поля,
- происходит ориентирование имевшихся магнитных моментов атомов; вектор намагниченности образца направлен против направления внешнего поля,
- у атомов индуцируются магнитные моменты; вектор намагниченности образца направлен по направлению внешнего поля,
- у атомов индуцируются магнитные моменты; вектор намагниченности образца направлен против направления внешнего поля.

22. Вещество является однородным изотропным диамагнетиком, если ...

- магнитная восприимчивость мала, вектор намагниченности направлен в сторону, противоположную направлению внешнего магнитного поля,

- магнитная восприимчивость мала, вектор намагниченности направлен в ту же сторону, что и внешнее магнитное поле,
- магнитная восприимчивость велика, вектор намагниченности направлен в ту же сторону, что и внешнее магнитное поле,
- магнитная восприимчивость велика, вектор намагниченности направлен в сторону, противоположную направлению внешнего магнитного поля.

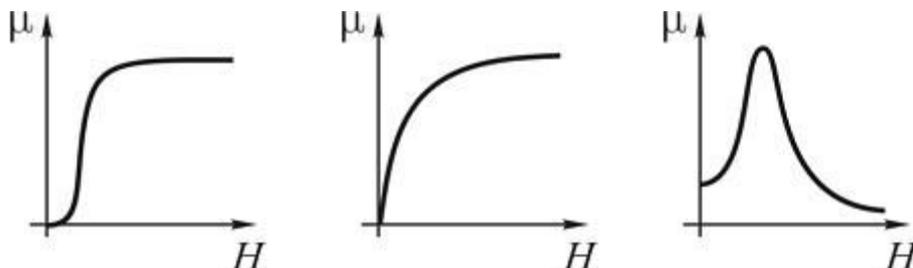
**23.** Вещество является однородным изотропным парамагнетиком, если ...

- при помещении во внешнее магнитное поле домены вещества переориентируются,
- относительная магнитная проницаемость чуть меньше единицы, вещество намагничивается во внешнем магнитном поле в направлении, противоположном вектору магнитной индукции,
- относительная магнитная проницаемость равна единице, вещество не намагничивается во внешнем магнитном поле,
- **относительная магнитная проницаемость чуть больше единицы, вещество намагничивается во внешнем магнитном поле в направлении, параллельном вектору магнитной индукции,**
- относительная магнитная проницаемость намного больше единицы, вещество намагничивается во внешнем магнитном поле в направлении, параллельном вектору магнитной индукции.

**24.** Неверным для ферромагнетиков является утверждение ...

- **магнитная проницаемость ферромагнетика – постоянная величина, характеризующая его магнитные свойства,**
- ферромагнетиками называются твердые вещества, которые могут обладать спонтанной намагниченностью, то есть могут быть намагничены в отсутствие внешнего магнитного поля,
- для ферромагнетиков характерно явление магнитного гистерезиса: связь между магнитной индукцией (намагниченностью) и напряженностью внешнего магнитного поля оказывается неоднозначной и определяется предшествующей историей намагничивания ферромагнетика,
- для каждого ферромагнетика имеется температура, называемая температурой или точкой Кюри, при которой ферромагнитные свойства исчезают.

**25.** Магнитная проницаемость ферромагнетика  $\mu$  зависит от напряженности внешнего магнитного поля  $H$ , как показано на графике ...



1

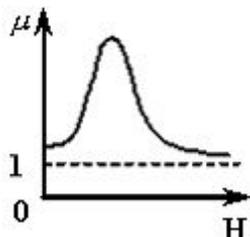
2

3

**Решение**

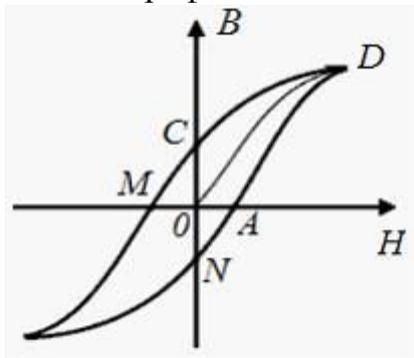
Правильный рисунок – третий (см. теорию).

26. На рисунке показана зависимость магнитной проницаемости  $\mu$  от напряженности внешнего магнитного поля  $H$  для ...



парамагнетика,  
**ферромагнетика,**  
 любого магнетика,  
 диамагнетика.

27. На рисунке приведена петля гистерезиса. Здесь  $B$  – магнитная индукция поля в веществе,  $H$  – напряженность внешнего магнитного поля. Коэрцитивной силе на графике соответствует отрезок ...



OM  
 OC  
 AM  
 ON

**Решение**

Отрезок OM (см. теорию).

28. Точка Кюри для кобальта равна 1403 К. При температуре 1150°C кобальт ведет себя во внешнем магнитном поле как ...

**парамагнетик,**  
 диамагнетик,  
 ферромагнетик,  
 ферроэлектрик.

**Решение**

При температуре выше точки Кюри (1403 К для кобальта) ферромагнетик ведет себя во внешнем магнитном поле как парамагнетик. По условию температура кобальта  $T = 1150 + 273 = 1423$  К, что выше температуры Кюри. Значит, кобальт – парамагнетик.

29. В длинный соленоид поместили ферритовый сердечник с магнитной проницаемостью  $\mu$ . Индуктивность соленоида при этом

– **увеличилась в  $\mu$  раз,**  
 – увеличилась в  $\mu + 1$  раз,

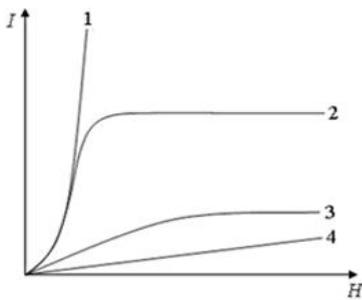
- уменьшилась в  $\mu$  раз,
- уменьшилась в  $\mu + 1$  раз.

**30.** Модуль индукции магнитного поля в вакууме равен  $B_0$ . Модуль индукции магнитного поля в парамагнетике

- **немного больше  $B_0$ ,**
- немного меньше  $B_0$ ,
- много больше  $B_0$ ,
- много меньше  $B_0$ .

**31.** Модуль индукции магнитного поля в вакууме равен  $B_0$ . Модуль индукции магнитного поля в диамагнетике

- немного больше  $B_0$ ,
- **немного меньше  $B_0$ ,**
- много больше  $B_0$ ,
- много меньше  $B_0$ .



**32.** На рисунке приведены качественные зависимости намагниченности магнетика  $I$  от напряженности магнитного поля  $H$ .

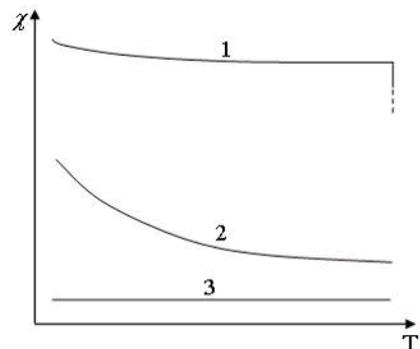
Укажите зависимость, соответствующую:

- 1) ферромагнетикам,
- 2) парамагнетикам,
- 3) диамагнетикам,
- 4) магнетикам, магнитная восприимчивость которых не зависит от температуры,
- 5) магнетикам, обладающим спонтанной намагниченностью в отсутствие магнитного поля.

**Решение**

1 – 2, 2 – 3, 3 – 4, 4 – 4, 5 – 2.

**33.** Укажите зависимость, соответствующую:  
ферромагнетикам,  
парамагнетикам,  
диамагнетикам.



**Решение**

1 – ферромагнетик, 2 – парамагнетик, 3 – диамагнетик.

## УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

$\vec{H}$ ,  $\vec{B}$  – магнитные вектора,  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$  – электрические вектора.

**Стационарные поля** –  $\vec{H}, \vec{B}, \vec{E}, \vec{D} = \text{const}$ , т. е. не зависят от времени. В правой части уравнений Максвелла нет производных по времени  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  или  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{\text{см}}$ .

**Нестационарные (переменные) поля** –  $\vec{H}, \vec{B}, \vec{E}, \vec{D} \neq \text{const}$ , т. е. зависят от времени. В правой части уравнений Максвелла есть указанные выше производные.

Если есть нестационарное магнитное поле, значит есть и нестационарное электрическое и наоборот. Если нет нестационарного магнитного поля, значит нет и нестационарного электрического и наоборот, так как они взаимосвязаны.

Есть два источника электрического поля: для стационарного – только неподвижные заряды, для нестационарного (переменного) – движущиеся заряды и нестационарное (переменное) магнитное поле.

Есть два источника магнитного поля: для стационарного – только постоянные токи проводимости, для нестационарного (переменного) – переменные токи проводимости и нестационарное (переменное) электрическое поле («токи» смещения).

Магнитное поле – всегда вихревое, так как  $\oint_L \vec{H} d\vec{l} \neq 0$ . Электрическое поле может быть потенциальным, когда  $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$  и вихревым, когда  $\oint_L \vec{E} d\vec{l} \neq 0$ .

$$1. \quad \boxed{\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad \text{или} \quad \oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \frac{\partial \Phi_m}{\partial t}}$$

так как  $\Phi_m = \int_S \vec{B} d\vec{S}$  – магнитный поток и поэтому  $-\frac{\partial \Phi_m}{\partial t} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$ .

- **источником вихревого электрического поля** (слева вектор  $\vec{E}$ ) **является нестационарное магнитное поле** (справа производная по времени  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ),
- уравнение электромагнитной индукции Фарадея,
- теорема о циркуляции.

$$2. \quad \boxed{\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S} \quad \text{или} \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \vec{j}_{\text{см}}) d\vec{S} \quad \text{или} \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = I + \frac{\partial \Phi_e}{\partial t}}$$

так как  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{\text{см}}$  – вектор плотности «тока» смещения,  $I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$  плотность тока

проводимости,  $\Phi_e = \int_S \vec{D} d\vec{S}$  – электрический поток и поэтому  $\frac{\partial \Phi_e}{\partial t} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$ .

- источником вихревого магнитного поля (слева вектор  $\vec{H}$ ) являются токи проводимости (справа  $\vec{j}$ ) и нестационарное электрическое поле (справа производная по времени  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ ),

– теорема о циркуляции.

$$3. \quad \boxed{\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV \quad \text{или} \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = q \quad \text{или} \quad \Phi_e = q,}$$

так как  $q = \int_V \rho dV$  – свободный электрический заряд; заряженное тело.

- источником потенциального электрического поля (слева вектор  $\vec{D}$ ) являются электрические заряды (справа  $q = \int_V \rho dV$ ),

– теорема Остроградского – Гаусса для электрического поля в среде.

$$4. \quad \boxed{\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0}.$$

– отсутствие магнитных зарядов,

– теорема Остроградского – Гаусса для магнитного поля.

Любое скалярное произведение векторов имеет вид:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS, \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS, \quad \oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_l dl, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L H_l dl.$$

Для простоты исключим нулевые решения и будем считать, что если в правой части уравнений Максвелла есть выражения, то они не равны нулю. Тогда возможны следующие варианты систем уравнений.

1. Нет в правой части  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  и  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{CM}$  – следовательно, нет нестационарных полей, т. е. заряды неподвижны, а токи постоянны. В результате есть только **стационарные электрические и магнитные поля**. ( $\vec{H}, \vec{B}, \vec{E}, \vec{D} = \text{const}$ ).

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S} = I, \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV = q, \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

В этом случае электрические и магнитные поля независимы друг от друга.

2. Нет в правой части  $q = \int_V \rho dV = 0$  – следовательно, нет стационарного электрического поля, а есть нестационарное электрическое и в общем случае оба

магнитных поля. В результате есть электромагнитное поле в **отсутствии свободных зарядов** или **при наличии токов проводимости** и в **отсутствии (свободных) зарядов и заряженных тел**.

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}, \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = 0, \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

3. Нет в правой части  $\vec{j}$  ( $I = \int_S \vec{j} d\vec{S} = 0$ ) – следовательно, нет стационарного магнитного поля, а есть нестационарное магнитное и в общем случае оба электрических поля. В результате есть **электромагнитное поле в отсутствии токов проводимости** или **при наличии (свободных) зарядов и заряженных тел** и в **отсутствии токов проводимости**.

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}, \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = q, \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

4. Нет в правой части  $q = \int_V \rho dV = 0$  и  $\vec{j}$  ( $I = \int_S \vec{j} d\vec{S} = 0$ ) – следовательно, нет стационарных электрических и магнитных полей, а есть только нестационарные электрические и магнитные поля. В результате есть **электромагнитное поле в отсутствие токов проводимости и (свободных) зарядов и заряженных тел**, (частный случай – электромагнитные волны.)

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}, \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = 0, \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

5. Нет в правой части  $q = \int_V \rho dV$ ,  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  и  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{CM}$  – следовательно, нет электрических полей и нестационарных магнитных. В результате есть только **стационарное магнитное поле** ( $\vec{H}, \vec{B} = \text{const}$ ).

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S} = I, \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = 0, \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

6. Нет в правой части  $\vec{j}$ ,  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  и  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{CM}$  – следовательно, нет магнитных полей и нестационарных электрических. В результате есть только **стационарное электрическое поле** ( $\vec{E}, \vec{D} = \text{const}$ ).

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = 0, \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV = q, \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

## Тесты с решениями

1. Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля в интегральной

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(s)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(s)} (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S},$$

$$\oint_{(s)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV,$$

$$\oint_{(s)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Следующая система уравнений:

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(s)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(s)} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_{(s)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV,$$

$$\oint_{(s)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

– электромагнитного поля при наличии заряженных тел и в отсутствие токов проводимости,

– электромагнитного поля в отсутствие заряженных тел и токов проводимости,

– стационарных электрических и магнитных полей,

– электромагнитного поля при наличии заряженных тел и токов проводимости.

2. Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля в интегральной форме имеет вид:

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(s)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(s)} (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S},$$

$$\oint_{(s)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV,$$

$$\oint_{(s)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Следующая система уравнений:

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(s)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(s)} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_{(s)} \vec{D} d\vec{S} = 0,$$

$$\oint_{(s)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

справедлива для ...

– электромагнитного поля в отсутствие свободных зарядов и токов проводимости,

– электромагнитного поля в отсутствие свободных зарядов,

– электромагнитного поля в отсутствие токов проводимости,

– стационарных электрических и магнитных полей.

### 3. Полная система уравнений

Максвелла для электромагнитного поля в интегральной

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(s)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(s)} (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S},$$

$$\oint_{(s)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV,$$

$$\oint_{(s)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Следующая система уравнений:

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \frac{\partial \Phi_m}{\partial t},$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(s)} \vec{j}_{cm} d\vec{S},$$

$$\oint_{(s)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV,$$

$$\oint_{(s)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

– электромагнитного поля при наличии за **ков проводимости**, справедлива для ...

- электромагнитного поля в отсутствие заряженных тел и токов проводимости,
- стационарных электрических и магнитных полей,
- электромагнитного поля при наличии заряженных тел и токов проводимости.

### 4. Полная система уравнений

Максвелла для электромагнитного поля

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(s)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(s)} (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S},$$

$$\oint_{(s)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV,$$

$$\oint_{(s)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Следующая система уравнений:

име  $\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = 0,$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(s)} \vec{j} d\vec{S},$$

$$\oint_{(s)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV,$$

$$\oint_{(s)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

справедлива для ...

- стационарного электромагнитного поля в отсутствие заряженных тел,
- **стационарных электрических и магнитных полей**,
- стационарного электромагнитного поля в отсутствие токов проводимости,
- переменного электромагнитного поля при наличии заряженных тел и токов проводимости.

5. Обобщением теоремы Остроградского – Гаусса для электростатического поля в среде является уравнение ...

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(S)} (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}$$

$$\oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0$$

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

**Решение**

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV.$$

6. Физический смысл уравнения Максвелла

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(S)} (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}$$

заключается в следующем ...

- **источником вихревого магнитного поля помимо токов проводимости является изменяющееся со временем электрическое поле,**
- изменяющееся со временем магнитное поле порождает вихревое электрическое поле,
- «магнитных зарядов» не существует: силовые линии магнитного поля замкнуты,
- источником электрического поля являются свободные электрические заряды.

7. Физический смысл уравнения Максвелла заключается в следующем ...

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

- **изменяющееся со временем магнитное поле порождает вихревое электрическое поле,**
- источником вихревого магнитного поля помимо токов проводимости является изменяющееся со временем электрическое поле,

- «магнитных зарядов» не существует: силовые линии магнитного поля замкнуты,
- источником электрического поля являются свободные электрические заряды.

**8.** Уравнения Максвелла являются основными законами классической макроскопической электродинамики, сформулированными на основе обобщения важнейших законов электростатики и электромагнетизма. Эти уравнения в интегральной форме имеют вид:

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(S)} (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}$$

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV$$

$$\oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Третье уравнение Максвелла является обобщением ...

**теоремы Остроградского – Гаусса для электростатического поля в среде,**  
**закона электромагнитной индукции,**  
**закона полного тока в среде,**  
**теоремы Остроградского – Гаусса для магнитного поля.**

**9.** Уравнение Максвелла, описывающее отсутствие в природе магнитных зарядов, имеет вид ...

$$\oint B_n dS = 0, \quad \oint E_n dS = 0, \quad \oint B_i dl = 0, \quad \oint E_i dl = 0.$$

**Решение**

$$\oint B_n dS = 0 \text{ или } \oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

**10.** Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля в интегральной форме имеет вид:

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(S)} \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV$$

$$\oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Система распадается на две группы независимых уравнений:

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad \oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = q$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = I, \quad \oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0$$

при условии, что ...

- ✓  $\vec{B} = \text{const}, \vec{E} = \text{const},$
- $\vec{E} \neq \text{const},$
- $\vec{B} \neq \text{const},$
- $\vec{B} \neq \text{const}, \vec{E} \neq \text{const}.$

*Учебное издание*

**Фишбейн Лев Абрамович**

**ПОДГОТОВКА К ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНУ  
ПО ФИЗИКЕ В СФЕРЕ  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
Электричество и магнетизм**

Сборник задач  
для студентов очной и заочной форм обучения  
и дистанционного образования

Редактор *С. В. Пилюгина*

Подписано в печать 03.12. 12. Формат 60x84/16.

Бумага офсетная. Усл. печ. л. 5,3.

Тираж 130 экз. Заказ 300.

Издательство УрГУПС  
620034, Екатеринбург, ул. Колмогорова, 66